



TESIS - SM 142501

**ANALISIS SISTEM DAN KONTROL OPTIMAL PADA
MODEL KINERJA LEMBAGA KOMISI PEMBERANTASAN
KORUPSI (KPK)**

CYNTHIA ALVIONITA FERIMA
NRP 1214201033

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016



THESIS - SM 142501

**SYSTEM ANALYSIS AND OPTIMAL CONTROL OF
PERFORMANCE MODEL IN KPK**

CYNTHIA ALVIONITA FERIMA
NRP 1214201033

SUPERVISOR
Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

MAGISTER DEGREE
MATHEMATICS DEPARTMENT
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2016

**ANALISIS SISTEM DAN KONTROL OPTIMAL PADA
MODEL KINERJA LEMBAGA KOMISI PEMBERANTASAN
KORUPSI (KPK)**


**Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si.)**

**di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

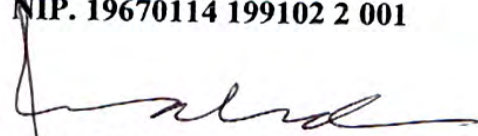
**oleh:
CYNTHIA ALVIONITA FERIMA
NRP. 1214 201 033**

**Tanggal Ujian : 12 Juli 2016
Periode Wisuda : September 2016**

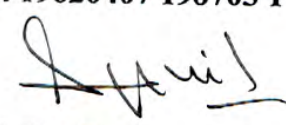
Disetujui oleh:


**1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.
NIP. 19670114 199102 2 001**

(Pembimbing)


**2. Dr. Mahmud Yunus, M.Si.
NIP. 19620407 198703 1 005**

(Penguji)


**3. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
NIP. 19660414 199102 2 001**

(Penguji)


**4. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si.
NIP. 19830517 200812 1 003**

(Penguji)

Direktur Program Pascasarjana,




**Prof. Ir. Djaubar Manfaat, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19601202 198701 1 001**

ANALISIS SISTEM DAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL KINERJA LEMBAGA KOMISI PEMBERANTASAN KORUPSI

Nama Mahasiswa : Cynthia Alvionita Ferima
NRP : 1214 2010 33
Dosen Pembimbing : Dr. Dra.Mardlijah, M.T.

ABSTRAK

Model *prey – predator* dikembangkan pada kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi. Banyaknya koruptor dapat dikontrol dengan pemberian sanksi berupa hukuman kurungan atau penjara. Fungsi tujuan penelitian ini adalah memaksimalkan sanksi hukuman dengan meminimalkan jumlah koruptor. Penentuan kontrol optimal menggunakan prinsip maksimum Pontryagin dan diselesaikan secara numerik. Simulasi dilakukan dengan metode Runge Kutta orde – 4 diharapkan bahwa sanksi yang diberikan sampai dengan mencapai jumlah maksimum dapat meminimumkan koruptor dan memaksimalkan sanksi.

Kata kunci : Korupsi, Koruptor, Model *prey predator*, Prinsip Maksimum Pontryagin, Kontrol Optimal, Metode Runge Kutta Orde – 4.

SYSTEM ANALYSIS AND OPTIMAL CONTROL OF PERFORMANCE MODEL IN KPK

Name : Cynthia Alvionita Ferima
Student Identity Number : 1214 201033
Supervisor : Dr. Dra.Mardlijah, M.T.

ABSTRACT

Prey – predator model developed on performance KPK in handling corruption cases. Corruption can be controlled by the imposition of sanctions in the form of imprisonment. In this research objective function is to maximize the punitive sanctions and minimizing the number of criminals. Determination of the optimal control using Pontryagin maximum principle and solved numerically . Simulations carried out by Runge Kutta method of order - 4 is expected that the sanctions provided up to the maximum number of criminals can minimize and maximize the sanctions .

Keywords : *Corruption, Corruptor, Prey predator model, Pontryagin Maximum Principle, Optimal Control, Runge-Kutta method of orde - 4.*

DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	i
ABSTRACT.....	iii
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB 1 PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI.....	5
2.1 Penelitian Terdahulu.....	5
2.2 Definisi Korupsi.....	5
2.3 Model <i>Prey Predator</i> Lotka Volterra.....	6
2.4 Pelinearan.....	8
2.5 Titik Keseimbangan.....	10
2.6 Kestabilan Lokal.....	11
2.7 Keterkontrolan dan Keteramatan.....	12
2.8 Kontrol Optimal.....	12
2.9 Prinsip Maksimum Pontryagin.....	13
2.10 Metode Runge Kutta.....	14
BAB 3 METODE PENELITIAN.....	17
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....	19
4.1 Model Sistem Kinerja Lembaga KPK.....	19
4.1.1 Laju Pertumbuhan Koruptor.....	19
4.1.2 Laju Pertumbuhan Pegawai KPK.....	20
4.2 Analisis Model Sistem Kinerja Lembaga KPK.....	21
4.2.1 Penentuan Titik Keseimbangan Sebelum Dikontrol.....	21
4.2.2 Penentuan Titik Keseimbangan Setelah Dikontrol.....	22
4.2.3 Proses Linierisasi.....	23
4.2.4 Analisis Kestabilan.....	24

4.2.5 Analisis Keterkontrolan	25
4.2.6 Analisis Keteramatan	26
4.3 Fungsi Objektif Model Sistem Kinerja Lembaga KPK	27
4.4 Penyelesaian Kontrol Optimal	27
4.5 Penyelesaian Numerik Sebelum Dikontrol	28
4.6 Penyelesaian Numerik Setelah Dikontrol	29
4.7 Analisis dan Hasil Simulasi	33
4.7.1 Pertumbuhan Jumlah Koruptor	33
4.7.2 Pertumbuhan Jumlah Pegawai KPK	34
4.7.3 Jumlah Pemberian Sanksi Hukuman Kurungan.....	35
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	37
5.1 Kesimpulan.....	37
5.2 Saran.....	37
DAFTAR PUSTAKA	39
LAMPIRAN.....	41
BIODATA PENULIS	49

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Kriteria Kestabilan Titik Kesetimbangan	12
Tabel 4.1 Nilai Parameter (Data Laporan Tahunan KPK)	33

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Grafik Jumlah Koruptor Pada Waktu t	33
Gambar 2 Grafik Jumlah Pegawai KPK Pada Waktu t	34
Gambar 3 Grafik Jumlah Pemberian Sanksi Hukuman Kurungan	35

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Laporan Tahunan KPK Pegawai Koruptor	41
Lampiran 2 Data Laporan Tahunan KPK Pegawai KPK.....	41
Lampiran 3 Data Laporan Tahunan KPK Penindakan Korupsi.....	41
Lampiran 4 Data Laporan Tahunan KPK Pemberhentian Pegawai KPK.....	42
Lampiran 5 Data Laporan Tahunan KPK Eksekusi Pegawai Koruptor.....	42
Lampiran 6 Perhitungan Parameter Rate Pertumbuhan Pegawai Koruptor.....	42
Lampiran 7 Perhitungan Parameter Rate Pertumbuhan Pegawai KPK	42
Lampiran 8 Perhitungan Parameter Rate Penindakan Terhadap Koruptor	43
Lampiran 9 Perhitungan Parameter Rate Pemberhentian Pegawai KPK.....	43
Lampiran 10 Perhitungan Parameter Rate Eksekusi Pegawai Koruptor.....	43
Lampiran 11 <i>Listing Program</i> Model Sistem Kinerja Lembaga KPK	44

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab ini diuraikan latar belakang yang mendasari penulisan tesis ini. Didalamnya mencakup uraian singkat tentang korupsi, beberapa informasi tentang penelitian terdahulu yang berhubungan dengan topik tesis, identifikasi permasalahan. Selain itu dirumuskan permasalahan yang akan dibahas, batasan masalah, tujuan penelitian, dan manfaat penelitian.

1.1 Latar Belakang

Korupsi merupakan sebuah fenomena lama yang membawa dampak besar bagi pertumbuhan sektor ekonomi dan kehidupan bermasyarakat. Menurut Undang-Undang No.31 Tahun 1999 tentang Pemberantasan Tindak Pidana Korupsi, yang termasuk dalam tindak pidana korupsi adalah setiap orang yang dikategorikan melawan hukum, melakukan perbuatan memperkaya diri sendiri, menguntungkan diri sendiri atau orang lain atau suatu korporasi, menyalahgunakan kewenangan maupun kesempatan atau sarana yang ada padanya karena jabatan atau kedudukan yang dapat merugikan keuangan negara atau perekonomian negara. Dalam dunia politik, korupsi mempersulit demokrasi dan tata pemerintahan yang baik. Secara umum, korupsi mengikis kemampuan institusi pemerintah yang secara bersamaan mempersulit nilai demokrasi.

Beberapa penelitian terdahulu yang membahas model masalah korupsi, yaitu model Schelling, model Lui, model Blackburn et al, model Mishra, model Caulkins dkk, dan model Richard dkk. Model matematika korupsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah model *prey – predator* dengan koruptor diasumsikan sebagai *prey* dan pegawai KPK diasumsikan *predator*. Model *prey – predator* yang dikenalkan matematikawan *Alfred Lotka* tahun 1925 melakukan hipotesis reaksi kimia dimana proses konsentrasi kimia berisolasi kemudian *Vito Volterra* pada tahun 1926 juga mempelajari persamaan yang sama dengan menjelaskan peningkatan populasi ikan pemangsa dan ikan mangsa pada saat perang dunia pertama sehingga model mangsa dan pemangsa (*prey - predator*) lebih dikenal sebagai model Lotka Volterra. Berikut model *prey – predator* yang dikenalkan Lotka Volterra.

$$\begin{aligned}\frac{dX_1}{dt} &= \dot{X}_1 = aX_1 - bX_1X_2 \\ \frac{dX_2}{dt} &= \dot{X}_2 = -cX_2 + bX_1X_2\end{aligned}\tag{1.1}$$

Variabel \dot{X}_1 merupakan laju pertumbuhan mangsa dipengaruhi oleh a koefisien pertumbuhan mangsa dengan jumlah mangsa X_1 mengakibatkan bertambah laju pertumbuhan mangsa dan b koefisien interaksi antara mangsa dan pemangsa dengan jumlah interaksi mangsa dengan pemangsa mengakibatkan berkurangnya laju pertumbuhan mangsa. Jumlah populasi mangsa X_1 berkurang dengan semakin besarnya interaksi antara mangsa dan pemangsa X_1X_2 . Sedangkan \dot{X}_2 laju pertumbuhan pemangsa dipengaruhi oleh koefisien pertumbuhan pemangsa c dengan pemangsa akan semakin berkurang tanpa adanya interaksi antara mangsa dan pemangsa. Laju pertumbuhan pemangsa \dot{X}_2 akan bertambah jika terdapat interaksi antara mangsa dan pemangsa dengan koefisien interaksi mangsa dan pemangsa b .

Penelitian ini membahas tentang korupsi yang marak terjadi di Indonesia sehingga diperlukan adanya suatu tindakan dari lembaga KPK. Koruptor dapat dikontrol dengan pemberian sanksi berupa hukuman kurungan atau penjara. Fungsi tujuan penelitian ini adalah memaksimalkan sanksi yang diberikan kepada koruptor dengan meminimalkan jumlah koruptor. Sehingga persamaan (1.1) dikembangkan pada kontrol optimal kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi dengan X_1 menyatakan jumlah koruptor dan X_2 adalah jumlah pegawai KPK. Persamaan tersebut belum memiliki kondisi tambahan sebagai kontrol, yaitu pemberian hukuman berupa kurungan atau penjara.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka dapat dirumuskan permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Bagaimana mengembangkan model *prey-predator* Lotka – Volterra pada kinerja lembaga KPK.
2. Bagaimana menentukan kontrol optimal kinerja lembaga KPK pada model *prey predator*.

3. Bagaimana analisis hasil simulasi dari kontrol optimal kinerja lembaga KPK pada model *prey predator*.

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini difokuskan pada pembahasan dengan beberapa batasan masalah sebagai berikut.

1. Individu yang menjadi objek penelitian ini adalah koruptor berdasarkan jabatan tahun 2009 – 2015.
2. Penyebab utama korupsi karena keterkaitan antara koruptor dan uang Negara yang mengakibatkan kerugian pada Negara.
3. Pegawai KPK tidak melakukan tindak pidana korupsi.
4. Pada bidang penindakan KPK, adanya koordinasi dan supervisi dari KPK dengan instansi Kepolisian dan Kejaksaan untuk menindak koruptor.
5. Jumlah perekrutan pegawai KPK tidak lebih banyak dari jumlah pemberhentian pegawai KPK.
6. Model penelitian yang dikembangkan adalah model matematika dari sistem dinamik *prey – predator* dengan asumsi koruptor sebagai *prey* dan pegawai KPK sebagai *predator*.
7. *Software* yang digunakan dalam simulasi penelitian ini adalah *Matlab*.
8. Parameter simulasi yang digunakan berdasarkan data laporan tahunan KPK 2009 - 2015.
9. Metode penyelesaian kontrol optimal yang digunakan adalah dengan prinsip maksimum Pontryagin.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengembangkan model *prey-predator* Lotka – Volterra pada kinerja lembaga KPK.
2. Menentukan kontrol optimal kinerja lembaga KPK pada model *prey predator*.
3. Menganalisis hasil simulasi dari kontrol optimal kinerja lembaga KPK pada model *prey predator*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini antara lain

1. Memberikan informasi untuk penelitian selanjutnya tentang kontrol optimal pengembangan model *prey – predator* terhadap kinerja lembaga KPK menangani korupsi dengan pemberian sanksi hukuman terhadap koruptor.
2. Sebagai referensi pembaca untuk membantu pemerintah mengurangi budaya korupsi.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Dalam penelitian tesis ini diperlukan tinjauan pustaka yang dapat menunjang metode yang digunakan dalam pembahasan tesis. Pada bab ini diberikan teori – teori penunjang terkait dengan penelitian.

2.1 Penelitian Terdahulu

Banyak penelitian sebelumnya yang membahas tentang model korupsi. Beberapa penelitian yang terkait dengan model korupsi sebagai berikut.

- a. Model Schelling menguraikan bagaimana seorang individu menerima atau menolak uang suap secara rasional dengan mengasumsikan seorang individu memiliki pilihan biner $x \in [0,1]$ untuk menjadi koruptor ($x = 1$) atau tidak.
- b. Model Lui menggunakan pendekatan generasi overlap untuk pembelajaran tingkah laku pegawai negeri yang memaksimalkan harapan membayar hukuman atau denda korupsi.
- c. Model Blackburn et al menjelaskan bagaimana perkembangan ekonomi terhadap gangguan korupsi.
- d. Model Mishra mempertimbangkan bagaimana korupsi dapat berkembang melalui sebuah teori evolusioner.
- e. Model Caulkins dkk membahas mengenai optimal kontrol nonlinear diterapkan pada kasus narkoba, korupsi, dan terror.
- f. Model Richard dkk mengetahui tingkat korupsi di birokrasi dengan memperhatikan variabel state pegawai jujur dan pegawai yang korupsi.

2.2 Definisi Korupsi

Menurut Undang-Undang No.31 Tahun 1999 tentang Pemberantasan Tindak Pidana Korupsi, yang termasuk dalam tindak pidana korupsi adalah setiap orang yang dikategorikan melawan hukum, melakukan perbuatan memperkaya diri sendiri, menguntungkan diri sendiri atau orang lain atau suatu korporasi, menyalahgunakan

kewenangan maupun kesempatan atau sarana yang ada padanya karena jabatan atau kedudukan yang dapat merugikan keuangan negara atau perekonomian negara.

2.3 Model *Prey – Predator* Lotka – Volterra

Model matematika korupsi yang digunakan adalah model *prey – predator* dengan koruptor diasumsikan *prey* dan pegawai KPK diasumsikan *predator*. Adapun beberapa alasan mengasumsikan model korupsi dengan menggunakan model *prey predator*, yaitu terdapatnya kesamaan pada sistem jika *prey* mengalami kepunahan atau mati disebabkan oleh kehabisan makanan, maka *predator* akan mengalami kepunahan atau mati pula disebabkan *prey* mengalami kepunahan. Sedangkan pada model kinerja lembaga KPK dalam menangani koruptor, yaitu jika koruptor (*prey*) berkurang atau telah tertangkap disebabkan adanya tindakan dari KPK, maka pegawai KPK (*predator*) juga berkurang atau habis disebabkan oleh koruptor (*prey*) berkurang. Selain itu, model *prey predator* dikenal dengan adanya interaksi antara *prey* dan *predator* adalah interaksi makan dan dimakan, sedangkan dalam model korupsi asumsinya adalah interaksi antara pegawai KPK (*predator*) dan instansi kepolisian serta kejaksaan untuk melakukan penindakan terhadap koruptor (*prey*). Dalam hal ini, penindakan yang dilakukan berupa penyelidikan, penyidikan, penuntutan, inkracht, dan eksekusi. Persamaan (1.1) dikembangkan pada kontrol optimal kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi dengan pemberian sanksi hukuman terhadap koruptor sehingga persamaan menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{dX_1}{dt} &= \dot{X}_1(t) = aX_1 - bX_1X_2 - eU \\ \frac{dX_2}{dt} &= \dot{X}_2(t) = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2\end{aligned}\tag{2.1}$$

dengan penjelasan berikut.

- $\dot{X}_1(t)$ Laju pertumbuhan koruptor pada waktu t
- $\dot{X}_2(t)$ Laju pertumbuhan pegawai KPK pada waktu t
- $X_1(t)$ Jumlah koruptor pada waktu t
- $X_2(t)$ Jumlah pegawai KPK pada waktu t
- a Rate pertumbuhan koruptor
- b Rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan

	dalam penindakan koruptor
c	Rate pertumbuhan pegawai KPK
d	Rate pemberhentian pegawai KPK
e	Rate eksekusi koruptor
$U(t)$	Variabel kontrol sanksi hukuman kurungan atau penjara terhadap koruptor pada waktu t

Dalam hal ini, rate pertumbuhan koruptor menyatakan tingkat pertumbuhan koruptor berdasarkan jabatan selama 6 tahun dari tahun 2009 hingga 2015 (dalam prosentase). Penentuan rate pertumbuhan koruptor dengan menghitung jumlah prosentase selisih per tahun dibagi dengan waktu selama 6 tahun. Kemudian, rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan terhadap koruptor menyatakan tingkat interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan terhadap koruptor selama 6 tahun dari tahun 2009 hingga 2015 (dalam prosentase). Penentuan rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan terhadap koruptor dengan menghitung jumlah prosentase selisih per tahun dibagi dengan waktu selama 6 tahun. Selanjutnya, rate pertumbuhan pegawai KPK menyatakan tingkat pertumbuhan pegawai KPK berdasarkan unit kerja selama 6 tahun dari tahun 2009 hingga 2015 (dalam prosentase). Penentuan rate pertumbuhan pegawai KPK dengan menghitung jumlah prosentase selisih per tahun dibagi dengan waktu selama 6 tahun. Lalu, rate pemberhentian pegawai KPK menyatakan tingkat pemberhentian pegawai KPK selama 6 tahun dari tahun 2009 hingga 2015 (dalam prosentase). Penentuan rate pertumbuhan pemberhentian pegawai KPK dengan menghitung jumlah prosentase selisih per tahun dibagi dengan waktu selama 6 tahun. Dan rate eksekusi koruptor menyatakan tingkat eksekusi yang diberikan kepada koruptor selama 6 tahun dari tahun 2009 hingga 2015 (dalam prosentase). Penentuan rate eksekusi koruptor dengan menghitung jumlah prosentase selisih per tahun dibagi dengan waktu selama 6 tahun. Kemudian, jika $U = 0$ tidak ada pemberian sanksi hukuman, maka menyebabkan peningkatan kasus korupsi. Jika $U \neq 0$ pemberian sanksi hukuman dengan jumlah maksimum, maka dapat menyebabkan penurunan kasus korupsi.

2.4 Pelinearan

Berikut ini diturunkan konsep pelinearan secara lebih tepat. Tinjau suatu persamaan differensial non-linier diberikan berikut. (Subiono, 2013)

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \\ \dot{y} = g(x, u), & y \in \mathbb{R}^p. \end{cases} \quad (2.2)$$

Diberikan suatu penyelesaian $\tilde{x}(\cdot), \tilde{y}(\cdot)$ dan bila diberikan keadaan awal $\tilde{x}(0) = \tilde{x}_0$ dan masukan $\tilde{u}(\cdot)$. Tinjau penyelesaian yang lain $\tilde{x}(\cdot) + z(\cdot), \tilde{y}(\cdot) + w(\cdot)$ yang merupakan hasil dari $\tilde{x}(0) + z_0$ dan $\tilde{u}(\cdot) + v(\cdot)$. Dalam beberapa makna z_0 dan $v(\cdot)$ cukup kecil sedemikian hingga diharapkan $z(\cdot)$ dan $w(\cdot)$ juga kecil, dalam hal ini diperoleh

$$\frac{d}{dt} \tilde{x}(t) = f(\tilde{x}, \tilde{u}), \tilde{x}(0) = \tilde{x}_0$$

$$\frac{d}{dt} (\tilde{x}(t) + z(t)) = f(\tilde{x} + z, \tilde{u} + v), (\tilde{x} + z)(0) = \tilde{x}_0 + z_0.$$

Namakan $\tilde{x} + z = \underline{x}$ dan $\tilde{u} + v = \underline{u}$. Jadi, $f(\tilde{x} + z, \tilde{u} + v) = f(\underline{x}, \underline{u})$, selanjutnya digunakan deret Taylor untuk $f(\underline{x}, \underline{u})$ disekitar $\underline{x} = \tilde{x}$ dan $\underline{u} = \tilde{u}$, didapat

$$f(\underline{x}, \underline{u}) = f(\tilde{x}, \tilde{u}) + \frac{\partial f}{\partial \underline{x}} z + \frac{\partial f}{\partial \underline{u}} v + \text{suku tingkat dua keatas.}$$

Tetapi, $\frac{d}{dt} (\tilde{x}(t) + z(t)) = f(\underline{x}, \underline{u})$ dan $\frac{d}{dt} (\tilde{x}(t) + z(t)) = \frac{d}{dt} \tilde{x} + \frac{d}{dt} z(t)$.

Jadi, $\frac{d}{dt} \tilde{x} + \frac{d}{dt} z(t) = f(\tilde{x}, \tilde{u}) + \frac{\partial f}{\partial \underline{x}} z + \frac{\partial f}{\partial \underline{u}} v + \text{suku tingkat dua keatas.}$

Dengan kenyataan z_0 dan $v(\cdot)$ cukup kecil, maka suku – suku tingkat dua ke atas dapat diabaikan, sehingga diperoleh

$$\frac{d}{dt} z(t) = \frac{\partial f}{\partial \underline{x}} z + \frac{\partial f}{\partial \underline{u}} v, z(0) = z_0$$

Atau dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} \frac{dz_1}{dt} \\ \frac{dz_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dz_n}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \underline{x}_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \underline{x}_n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \underline{x}_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \underline{u}_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \underline{u}_m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \underline{u}_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}$$

Persamaan $\frac{d}{dt}z(t) = \frac{\partial f}{\partial \underline{x}}z + \frac{\partial f}{\partial \underline{u}}v, z(0) = z_0$ adalah persamaan differensial

keadaan hasil pelinearan disekitar titik (\tilde{x}, \tilde{u}) . Dengan cara yang sama pelinearan untuk keluaran disekitar titik (\tilde{x}, \tilde{u}) adalah :

$$w(t) = \frac{\partial g}{\partial \underline{x}}z(t) + \frac{\partial g}{\partial \underline{u}}v(t)$$

Yang dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ w_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial \underline{x}_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial \underline{x}_n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial g_p}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial \underline{x}_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial \underline{u}_m} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial \underline{u}_m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial g_p}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial \underline{u}_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}$$

Jika variabel z, v , dan w masing – masing diganti dengan x, u dan y , tetapi dalam hal ini tentunya berbeda dengan x, u , dan y yang sebelumnya (asli), sehingga didapat:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ \dot{y}(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t), \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned} A(t) &= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \underline{x}_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \underline{x}_n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \underline{x}_n} \end{pmatrix} \Big|_{\underline{x}=\tilde{x}, \underline{u}=\tilde{u}} \\ B(t) &= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \underline{u}_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \underline{u}_m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \underline{u}_m} \end{pmatrix} \Big|_{\underline{x}=\tilde{x}, \underline{u}=\tilde{u}} \end{aligned}$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial \underline{x}_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial \underline{x}_n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial g_p}{\partial \underline{x}_1} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial \underline{x}_n} \end{pmatrix} \Big|_{\underline{x}=\bar{x}, \underline{u}=\bar{u}}$$

dan

$$D(t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial \underline{u}_m} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial \underline{u}_m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial g_p}{\partial \underline{u}_1} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial \underline{u}_m} \end{pmatrix} \Big|_{\underline{x}=\bar{x}, \underline{u}=\bar{u}}$$

Hasil pelinearan sistem non linier adalah :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ \dot{y}(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Yaitu sistem linier tetapi umumnya varian – waktu.

2.5 Titik Kestimbangan

Diberikan persamaan differensial tingkat satu $\dot{x}(t) = f(x(t))$ dengan $x \in \mathbb{R}^n$, penyelesaian dengan keadaan awal $x(0) = x_0$ dinotasikan oleh $x(t, x_0)$. (Subiono, 2013)

- Vektor \bar{x} yang memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ disebut suatu titik setimbang.
- Suatu titik setimbang \bar{x} dikatakan stabil jika untuk setiap $\epsilon > 0$ ada $\delta > 0$ dan t_δ sedemikian hingga bila $\|x_{t_\delta} - \bar{x}\| < \delta$ maka $\|x(t, x_{t_\delta}) - \bar{x}\| < \epsilon$ untuk semua $t > t_\delta$.
- Suatu titik setimbang \bar{x} dikatakan stabil asimtotik jika stabil dan ada $\delta_1 > 0$ sedemikian hingga $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_{t_\delta} - \bar{x}\| = 0$ jika $\|x_{t_\delta} - \bar{x}\| < \delta_1$.
- Suatu titik setimbang dikatakan tak stabil jika tak stabil.

Dalam definisi tersebut tanda $\| \cdot \|$ berarti norm, biasanya digunakan norm Euclidean. Secara intuisi stabil berarti penyelesaian sangat dekat ke titik setimbang didalam suatu sekitar. Sedangkan stabil asimtotik berarti penyelesaian konvergen ke titik setimbang (asalkan titik awal adalah cukup dekat ke titik setimbang). Tak stabil artinya selalu ada

penyelesaian yang dimulai dari manapun dekatnya dengan titik setimbang tapi akhirnya menjauh dari titik setimbang.

Untuk suatu persamaan differensial linear $\dot{x} = Ax$ dengan A berukuran $n \times n$, sebagai titik setimbang diambil titik asal $\bar{x} = 0$ meskipun mungkin ada yang lainnya asalkan determinan matriks A sama dengan nol. Untuk selanjutnya, dikatakan bahwa persamaan differensial $\dot{x} = Ax$ atau bahkan matriks A itu sendiri adalah stabil asimtotik, stabil, atau tak stabil jika titik asal $\bar{x} = 0$ sebagai titik setimbang adalah stabil asimtotik, stabil, atau tak stabil.

Diberikan sistem persamaan differensial tak linear sebagai berikut. (Boyce dan DiPrima, 2009)

$$\frac{dX_1}{dt} = f(X_1, X_2)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = g(X_1, X_2)$$

Sebuah titik (X_1^*, X_2^*) merupakan titik kesetimbangan dari persamaan di atas jika memenuhi $f(X_1, X_2) = g(X_1, X_2) = 0$. Jika turunan suatu konstanta sama dengan nol, maka fungsi konstan dari $X_1(t) = X_1^*$ dan $X_2(t) = X_2^*$ adalah penyelesaian kesetimbangan dari persamaan di atas untuk semua t .

2.6 Kestabilan Lokal

Misalkan akar – akar persamaan karakteristik sistem (2.2) adalah γ_1 dan γ_2 maka γ_1 dan γ_2 disebut nilai eigen. Nilai eigen tersebut digunakan untuk menentukan jenis kestabilan titik kesetimbangan sistem (2.2). Untuk memperoleh nilai eigen digunakan rumus $\det(Z - \gamma I) = 0$. Kestabilan dari titik kesetimbangan sistem *autonomous* (berkaitan dengan vektor keadaan) nonlinear yang dilinierkan dapat ditentukan berdasarkan analisis kestabilan dari sistem *autonomous* linear seperti yang diberikan pada tabel 2.1 (Boyce dan DiPrima, 2009).

Tabel 2.1 Kriteria Kestabilan Titik Keseimbangan Sistem *Autonomous* Nonlinear

Nilai Eigen	Kriteria	Kestabilan	Bentuk
$\gamma_{1,2} \in R$	$\gamma_{1,2} > 0$	Tak Stabil	Simpul
	$\gamma_{1,2} < 0$	Stabil Asimtotik	Simpul
	Minimal satu $\gamma > 0$	Tak Stabil	Pelana
$\gamma_{1,2} = u \pm bi \in C$	$u > 0$	Tak stabil	Pelana
	$u < 0$	Stabil Asimtotik	Spiral
	$u = 0$	Tidak dapat ditentukan	Elips / Lingkaran

2.7 Keterkontrolan dan Keteramatan

Diberikan sistem linear varian – waktu yang disajikan oleh persamaan (2.3). Definisi keterkontrolan (*controllability*) adalah pada sistem linear (2.3) dikatakan terkontrol bila untuk setiap keadaan sebarang $x(0) = x_0$ ada masukan $u(t)$ yang tidak dibatasi mentransfer keadaan x_0 ke sebarang keadaan akhir $x(t_1) = x_1$ dengan waktu akhir t_1 hingga. (Subiono, 2013)

Teorema 1 : Syarat perlu dan cukup sistem (2.3) terkontrol adalah

1. Matriks $\omega(0, t_1) = \int_0^{t_1} e^{-A\tau} B B^T e^{A^T \tau} d\tau$ non singular.
2. $M_c = (B | AB | A^2 B | \dots | A^{n-1} B)$ mempunyai rank sama dengan n .

Definisi keteramatan adalah jika setiap keadaan awal $x(0) = x_0$ secara tunggal dapat diamati dari setiap pengukuran keluaran sistem (2.3) $t = 0$ ke $t = t_1$, maka sistem dikatakan ‘teramati’.

Teorema 2 : Syarat perlu dan cukup sistem (2.3) teramati adalah

1. Matriks $m(0, t) = \int_0^t e^{-A^T \tau} C^T C e^{A^T \tau} d\tau$ non singular.
2. $M_0 = (C | CA | CA^2 | \dots | CA^{n-1})^T$ mempunyai rank sama dengan n .

2.8 Kontrol Optimal

Tujuan utama dari permasalahan kontrol optimal, yaitu untuk mencari nilai kontrol yang akan dimasukkan ke dalam model atau sistem dan memenuhi kendala. Pada waktu yang sama dapat ditentukan nilai yang optimal (maksimum atau minimum) berdasarkan fungsi tujuan (fungsi obyektif). Formulasi masalah kontrol optimal terdiri dari dua hal, yaitu hal pertama adalah deskripsi secara matematis suatu model atau

sistem dan hal yang kedua menentukan fungsi tujuan dan kendala atau syarat batas yang berlaku. Pada umumnya fungsi obyektif dalam masalah kontrol optimal dapat diformulasikan sebagai berikut. (Naidu, 2002)

$$J(u(t)) = S(x(t_0, t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} V(x(t), u(t), t) dt \quad (2.4)$$

dengan sistem (*plant*) dinyatakan dengan persamaan berikut.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (2.5)$$

serta kondisi batas

$$\begin{aligned} x(t_0) &= x_0 \\ x(t_f) &= x_f. \end{aligned}$$

Kontrol $u^*(t)$ merupakan kontrol optimal jika disubstitusikan ke dalam sistem (2.5) akan diperoleh *state* yang optimal $x^*(t)$ dan pada saat yang sama mengoptimalkan fungsi obyektif (2.4) yang kemudian dinotasikan dengan $J(u^*(t))$ atau J^* . *State* optimal $x^*(t)$ dibatasi oleh kondisi batas, yaitu kondisi awal x_0 dan kondisi akhir x_f .

Fungsi obyektif $J(u(t))$ pada persamaan (2.4) secara umum dapat dinyatakan sebagai bentuk Bolza. Pada saat $S = 0$ maka persamaan (2.4) disebut bentuk Lagrange, sedangkan pada saat $V = 0$ persamaan (2.4) disebut bentuk Meyer dengan waktu akhir tetap atau bebas dan keadaan *state* akhir seluruhnya atau sebagian bebas atau tetap.

2.9 Prinsip Maksimum Pontryagin

Prinsip maksimum Pontryagin digunakan untuk memperoleh kontrol terbaik pada sistem dinamik dari *state* awal hingga *state* akhir, yaitu dengan memaksimalkan indeks performansi dengan kontrol $u(t)$ terbatas pada $(u(t) \in U)$. Permasalahan ini telah dikembangkan oleh L. S Pontryagin dan rekan kerjanya pada tahun 1956 yang diaplikasikan untuk semua masalah kalkulus variasi sehingga prinsip ini disebut Prinsip Maksimum Pontryagin. (Naidu, 2002)

Menurut Bryson dan Ho (1975), prinsip maksimum Pontryagin menyatakan secara informal bahwa persamaan Hamiltonian akan dimaksimalkan sepanjang U yang merupakan himpunan kontrol yang mungkin. Hasilnya juga dapat dinamakan prinsip minimum Pontryagin karena mempunyai pengertian yang sama antara meminimalkan dan memaksimalkan dengan mengalikan (-1) pada indeks performansi.

Langkah – langkah menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan menggunakan prinsip minimum Pontryagin adalah sebagai berikut. (Naidu, 2002).

Langkah 1 : membentuk fungsi Pontryagin

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = V(x(t), u(t), t) + \lambda'(t)f(x(t), u(t), t) \quad (2.6)$$

Langkah 2 : meminimumkan H terhadap semua vektor kontrol $u(t)$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial u}\right)_* = 0 \quad (2.7)$$

dan diperoleh

$$u^*(t) = h(x^*(t), \lambda^*(t), t)$$

Langkah 3 : menggunakan hasil dari langkah 2 ke dalam langkah 1 dan menentukan H^* yang optimal.

$$H^*(t)(x^*(t), h(x^*(t), \lambda^*(t), t), \lambda^*(t), t) = H^*(x^*(t), \lambda^*(t), t) \quad (2.8)$$

Langkah 4 : menyelesaikan sekumpulan $2n$ persamaan

$$\dot{x}^*(t) = \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_* \text{ dan } \dot{\lambda}^*(t) = -\left(\frac{\partial H}{\partial \lambda}\right)_* \quad (2.9)$$

dengan kondisi awal x_0 dan kondisi akhir

$$\left[H^* + \frac{\partial S}{\partial t}\right]_{t_f} \delta t_f + \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_* - \lambda^*(t)\right]'_{t_f} \delta x_f = 0 \quad (2.10)$$

dengan S adalah bentuk meyer dari fungsi tujuan J , H adalah persamaan Hamiltonian, δ menunjukkan variasi dan tanda $*$ menunjukkan keadaan saat variabel kontrolnya stasioner.

Langkah 5: untuk memperoleh kontrol optimal solusi $x^*(t), \lambda^*(t)$ dari langkah 4 disubstitusikan ke dalam ekspansi kontrol optimal u^* pada langkah 2.

2.10 Metode Runge Kutta

Metode Runge Kutta merupakan metode penyelesaian numerik yang hanya membutuhkan satu nilai awal. Metode ini hanya dapat digunakan pada sistem persamaan differensial tingkat satu, selain itu harus diubah menjadi persamaan differensial simultan terlebih dahulu. Jenis metode Runge Kutta yang digunakan adalah metode *forward backward sweep* Runge Kutta orde 4 karena sistem persamaan differensial pada penelitian ini terdapat persamaan yang diketahui nilai awal dan persamaan yang lain diketahui nilai akhir. Alur pengerjaannya adalah menyelesaikan

persamaan yang diketahui nilai awalnya terlebih dahulu secara *forward*, kemudian persamaan yang lain yang diketahui nilai akhir dikerjakan secara *backward*. Secara matematika dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dX_1}{dt} &= aX_1 - bX_1X_2 - eU = f(X_1(t), X_2(t), a, b, e, U(t)), x(t_0) = y_1 \\ \frac{dX_2}{dt} &= bX_1X_2 + cX_2 - dX_2 = g(X_1(t), X_2(t), b, c, d), x(t_f) = y_2 \\ t_0 &\leq t \leq t_f\end{aligned}\tag{2.11}$$

Integrasi numerik dari persamaan (2.11) dengan metode Runge Kutta orde 4 dinyatakan sebagai berikut.

- *Forward Sweep*

$$X_{1(n+1)}(t) = X_{1(n)}(t) + \frac{h}{6}(k_{1,X_1} + 2k_{2,X_1} + 2k_{3,X_1} + k_{4,X_1})$$

dengan

$$\begin{aligned}k_{1,X_1} &= f(X_{1(n)}, X_{2(n)}, a_n, b_n, e_n, U_n) \\ k_{2,X_1} &= f\left(X_{1(n)} + \frac{h}{2}k_{1,X_1}, X_{2(n)} + \frac{h}{2}k_{1,X_2}, \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1}, b_n + b_{n+1}, e_n + e_{n+1}, U_n + U_{n+1})\right) \\ k_{3,X_1} &= f\left(X_{1(n)} + \frac{h}{2}k_{2,X_1}, X_{2(n)} + \frac{h}{2}k_{2,X_2}, \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1}, b_n + b_{n+1}, e_n + e_{n+1}, U_n + U_{n+1})\right) \\ k_{4,X_1} &= f(X_{1(n)} + hk_{3,X_1}, X_{2(n)} + hk_{3,X_2}, a_{n+1}, b_{n+1}, e_{n+1}, U_{n+1})\end{aligned}$$

- *Backward Sweep*

$$X_{2(n-1)}(t) = X_{2(n)}(t) - \frac{h}{6}(k_{1,X_2} + 2k_{2,X_2} + 2k_{3,X_2} + k_{4,X_2})$$

dengan

$$\begin{aligned}k_{1,X_2} &= g(X_{1(n)}, X_{2(n)}, b_n, c_n, d_n) \\ k_{2,X_2} &= g\left(X_{1(n)} - \frac{h}{2}k_{1,X_1}, X_{2(n)} - \frac{h}{2}k_{1,X_2}, \frac{1}{2}(b_n + b_{n-1}, c_n + c_{n-1}, d_n + d_{n-1})\right) \\ k_{3,X_2} &= g\left(X_{1(n)} - \frac{h}{2}k_{2,X_1}, X_{2(n)} - \frac{h}{2}k_{2,X_2}, \frac{1}{2}(b_n + b_{n-1}, c_n + c_{n-1}, d_n + d_{n-1})\right) \\ k_{4,X_2} &= g(X_{1(n)} - hk_{3,X_1}, X_{2(n)} - hk_{3,X_2}, b_{n-1}, c_{n-1}, d_{n-1})\end{aligned}$$

BAB 3

METODE PENELITIAN

Pada bagian ini diuraikan beberapa metode penelitian yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian. Metode penelitian dilakukan dengan tahapan sebagai berikut.

1. Studi Literatur

Pada tahap ini, dikumpulkan berbagai referensi tentang definisi korupsi, model *prey – predator* Lotka – Volterra, titik kesetimbangan, linierisasi, kestabilan lokal, keterkontrolan, keteramatan, kontrol optimal, prinsip maksimum Pontryagin. Berbagai informasi tersebut didapatkan dari berbagai sumber pustaka yaitu buku, jurnal, dan internet.

2. Pengumpulan Data Penelitian

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data dengan mengambil sampel data laporan tahunan KPK 2009 – 2015.

3. Pengembangan Model

Pada tahap ini dilakukan pengembangan model sistem *prey – predator* pada persamaan (1.1) dengan memperhatikan adanya pemberian sanksi hukuman berupa kurungan atau penjara, yaitu konstanta U .

4. Menentukan Formulasi Kontrol Optimal

Pada tahap ini ditentukan formulasi kontrol optimal yang meliputi pengembangan model sistem *prey – predator* dengan memperhatikan variabel kontrol pemberian sanksi terhadap koruptor, fungsi obyektif, serta kondisi syarat batas yang harus dipenuhi.

5. Menyelesaikan kontrol optimal

Pada tahap ini dilakukan penyelesaian kontrol optimal kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi dengan pemberian sanksi hukuman kurungan atau penjara terhadap koruptor. Metode yang digunakan dalam penyelesaian kontrol optimal ini adalah prinsip maksimum Pontryagin.

6. Pembuatan Program Simulasi

Pada tahap ini, dicari solusi dari permasalahan kontrol optimal dengan metode Runge Kutta orde - 4, yaitu memaksimalkan pemberian sanksi dan meminimalkan jumlah koruptor dengan memanfaatkan persamaan sistem, fungsi obyektif, serta kondisi syarat batas yang harus dipenuhi. Kemudian pembuatan simulasi grafik jumlah koruptor, jumlah pegawai KPK, dan perubahan grafik pemberian sanksi terhadap koruptor dengan menggunakan *software* Matlab. Beberapa parameter akan dijadikan sebagai masukan pada program simulasi. Parameter-parameter tersebut adalah rate pertumbuhan koruptor, rate interaksi pegawai KPK dengan koruptor dalam penindakan, rate eksekusi koruptor, rate pertumbuhan pegawai KPK, rate pemberhentian pegawai KPK, jumlah pegawai KPK, jumlah koruptor, variabel kontrol sanksi hukuman atau penjara terhadap koruptor.

7. Analisis Hasil Simulasi

Pada tahap ini, dilakukan analisis dan pembahasan terhadap hasil dari running simulasi yang berupa grafik jumlah koruptor dan pegawai KPK. Beberapa parameter diubah pada program simulasi, maka akan dianalisis bagaimana perubahan grafik tersebut.

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini dibahas tentang formulasi masalah kontrol optimal kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi. Model sistem yang dibahas terdiri dari dua variabel *state*, yaitu jumlah koruptor ($X_1(t)$) dan jumlah pegawai KPK ($X_2(t)$) serta variabel kontrol yaitu, ($U(t)$). Selain itu, dibahas tentang penyelesaian masalah kontrol optimal menggunakan metode prinsip maksimum Pontryagin. Selanjutnya, simulasi dan Analisis dilakukan untuk hasil yang diperoleh.

4.1 Model Sistem Kinerja Lembaga KPK dalam menangani Kasus Korupsi

Model sistem *prey predator* yang digunakan dalam penelitian ini dengan asumsi koruptor sebagai *prey* dan pegawai KPK sebagai *predator*. Sistem *prey predator* yang digunakan sebagai berikut.

4.1.1 Laju Pertumbuhan Koruptor

$$\frac{dX_1}{dt} = \dot{X}_1 = aX_1 - bX_1X_2 - eU \quad (4.1)$$

dengan keterangan sebagai berikut.

\dot{X}_1	Laju pertumbuhan koruptor pada waktu t
X_1	Jumlah koruptor pada waktu t
X_2	Jumlah pegawai KPK pada waktu t
a	Rate pertumbuhan koruptor
b	Rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan koruptor
e	Rate eksekusi koruptor
U	Variabel kontrol sanksi hukuman kurungan atau penjara terhadap koruptor pada waktu t

Persamaan (4.1) menyatakan bahwa laju pertumbuhan koruptor pada waktu t dipengaruhi oleh rate pertumbuhan koruptor a dengan jumlah koruptor

X_1 mengakibatkan bertambahnya laju pertumbuhan koruptor \dot{X}_1 . Selain itu, rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan koruptor b dengan jumlah pegawai KPK dan koruptor X_1X_2 mengakibatkan berkurangnya laju pertumbuhan koruptor \dot{X}_1 . Jumlah koruptor X_1 berkurang dengan semakin besarnya interaksi antara pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan terhadap koruptor X_1X_2 dan adanya upaya penurunan korupsi dengan pemberian sanksi berupa hukuman kurungan atau penjara U terhadap koruptor mengakibatkan berkurangnya laju pertumbuhan koruptor \dot{X}_1 .

4.1.2 Laju Pertumbuhan Pegawai KPK

$$\frac{dX_2}{dt} = \dot{X}_2 = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2 \quad (4.2)$$

dengan keterangan sebagai berikut.

\dot{X}_2	Laju pertumbuhan pegawai KPK pada waktu t
X_1	Jumlah koruptor pada waktu t
X_2	Jumlah pegawai KPK pada waktu t
b	Rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan koruptor
c	Rate pertumbuhan pegawai KPK
d	Rate pemberhentian pegawai KPK
U	Variabel kontrol sanksi hukuman kurungan atau penjara terhadap koruptor pada waktu t

Persamaan (4.2) menyatakan bahwa laju pertumbuhan pegawai KPK \dot{X}_2 dipengaruhi oleh rate pertumbuhan pegawai KPK c dengan jumlah pegawai KPK X_2 menambah laju pertumbuhan pegawai KPK \dot{X}_2 . Rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan dalam penindakan koruptor b dan jumlah koruptor dan pegawai KPK dapat menambah laju pertumbuhan pegawai KPK \dot{X}_2 untuk menangani kasus korupsi. Dalam hal ini, adanya koordinasi dan supervisi KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaan sehingga terdapat indikasi adanya penambahan pegawai KPK dari instansi kepolisian dan kejaksaan. Selain itu, laju pertumbuhan

pegawai KPK \dot{X}_2 akan berkurang dengan adanya rate pemberhentian pegawai KPK dengan jumlah pegawai KPK X_2 yang disebabkan oleh habis masa jabatan, meninggal dunia, kembali ke asal instansi, pensiun, dan tidak dipekerjakan kembali. Adapun kendala variabel dari persamaan (4.1) dan (4.2) sebagai berikut.

$$0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1, 0 < d < 1, 0 < e < 1, X_1 > 0, X_2 > 0, 3.2 \leq U \leq 4.8$$

Kendala variabel menjelaskan bahwa rate pertumbuhan koruptor, rate interaksi pegawai KPK dengan instansi kepolisian dan kejaksaaan dalam penindakan koruptor, rate eksekusi koruptor, rate pertumbuhan pegawai KPK, rate pemberhentian pegawai KPK, jumlah koruptor, dan jumlah pegawai KPK bernilai positif atau lebih dari atau sama dengan nol. Sedangkan untuk variabel kontrol berupa sanksi hukuman kurungan atau penjara U terhadap koruptor, yaitu jika $U = 0$ tidak ada pemberian sanksi sehingga menyebabkan peningkatan kasus korupsi. Ketika $U = 3.2$ (ratusan orang) pemberian sanksi dengan jumlah minimum sehingga dapat menyebabkan penurunan kasus korupsi dan jika $U = 4.8$ (ratusan orang) pemberian sanksi dengan jumlah maksimum sehingga dapat menyebabkan penurunan kasus korupsi.

4.2 Analisis Model Sistem Kinerja Lembaga KPK

Adapun beberapa langkah dalam menganalisis model sistem yaitu, penentuan titik kesetimbangan sebelum dan setelah dikontrol, proses linierisasi, analisis kestabilan, analisis keterkontrolan, analisis keteramatan. Analisis model sistem digunakan untuk memperoleh titik setimbang, menentukan kestabilan, mengetahui sistem terkontrol dan teramati dari model sistem kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi.

4.2.1 Penentuan Titik Kesetimbangan Sebelum Dikontrol

Titik kesetimbangan (X_1^o, X_2^o) sebelum dikontrol nilai $U = 0$ pada sistem persamaan (4.1) dan (4.2) dapat diperoleh jika memenuhi $\frac{dX_1}{dt} = \frac{dX_2}{dt} = 0$ sehingga sistem persamaan (4.1) dan (4.2) menjadi

$$\frac{dX_1}{dt} = aX_1 - bX_1X_2 = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2 = 0 \quad (4.4)$$

dari persamaan (4.3) maka diperoleh

$$\frac{dX_1}{dt} = aX_1 - bX_1X_2 = 0$$

$$\frac{dX_1}{dt} = X_1(a - bX_2) = 0$$

Jadi, $X_1 = 0$ atau $X_2 = \frac{a}{b}$.

Dari persamaan (4.4) maka diperoleh

$$\frac{dX_2}{dt} = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2 = 0$$

$$\frac{dX_2}{dt} = X_2(bX_1 + c - d) = 0$$

Jadi, $X_2 = 0$ atau $X_1 = \frac{d-c}{b}$.

Berdasarkan hasil persamaan $\frac{dX_1}{dt} = \frac{dX_2}{dt} = 0$ diperoleh titik – titik kesetimbangan sebelum dikontrol sebagai berikut.

$$P_{a1}^o(X_1^o, X_2^o) = (0,0),$$

$$P_{a2}^o(X_1^o, X_2^o) = \left(\frac{d-c}{b}, \frac{a}{b} \right).$$

Titik – titik kesetimbangan sebelum dikontrol $P_{a1}^o(X_1^o, X_2^o)$ dan $P_{a2}^o(X_1^o, X_2^o)$ tersebut menjelaskan bahwa model sistem kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi sebelum dikontrol akan stabil pada titik – titik tersebut atau pada persekitaran titik – titik tersebut.

4.2.2 Penentuan Titik Kesetimbangan Setelah Dikontrol

Titik kesetimbangan (X_1^o, X_2^o) setelah dikontrol nilai $U \neq 0$ pada sistem persamaan (4.1) dan (4.2) dapat diperoleh jika memenuhi $\frac{dX_1}{dt} = \frac{dX_2}{dt} = 0$ sehingga sistem persamaan (4.1) dan (4.2) menjadi

$$\frac{dX_1}{dt} = aX_1 - bX_1X_2 - eUX_1 = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2 = 0 \quad (4.6)$$

dari persamaan (4.5) maka diperoleh

$$\frac{dX_1}{dt} = aX_1 - bX_1X_2 - eU = 0$$

$$\frac{dX_1}{dt} = X_1(a - bX_2) - eU = 0$$

$$\text{Jadi, } X_1 = \frac{eU}{a-bX_2}$$

Kemudian dari persamaan (4.6) maka diperoleh

$$\frac{dX_2}{dt} = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2 = 0$$

$$\frac{dX_2}{dt} = b \left(\frac{eU}{a-bX_2} \right) X_2 + cX_2 - dX_2 = 0$$

$$\frac{dX_2}{dt} = X_2[(bd - bc)X_2 + (beU + ac - ad)] = 0$$

$$\text{Jadi, } X_2(t) = 0 \text{ atau } X_2(t) = \frac{-(beU+ac-ad)}{(bd-bc)}$$

Berdasarkan hasil persamaan $\frac{dX_1}{dt} = \frac{dX_2}{dt} = 0$ diperoleh titik – titik kesetimbangan sebagai berikut.

$$P_{a3}^o(X_1^o, X_2^o) = \left(\frac{eU}{a}, 0 \right),$$

$$P_{a4}^o(X_1^o, X_2^o) = \left(\frac{d-c}{b}, \frac{ad-ac-beU}{bd-bc} \right).$$

Titik – titik kesetimbangan setelah dikontrol $P_{a3}^o(X_1^o, X_2^o)$ dan $P_{a4}^o(X_1^o, X_2^o)$ tersebut menjelaskan bahwa model sistem kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi akan stabil pada titik – titik tersebut atau pada persekitaran titik – titik tersebut.

4.2.3 Proses Linierisasi

Pada penelitian ini, linierisasi digunakan untuk melinierkan sistem kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi dengan sistem tersebut merupakan sistem persamaan non-linier. Pendekatan linier dilakukan di sekitar titik kesetimbangan. Misalkan titik setimbang (X_1^*, X_2^*) , sehingga ekspansi deret Taylor dari sistem (4.5) dan (4.6) adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= f(X_1^*, X_2^*) + (X_1 - X_1^*) \frac{\partial f}{\partial X_1} + (X_2 - X_2^*) \frac{\partial f}{\partial X_2} + (U - U^*) \frac{\partial f}{\partial U} + \dots \\ \frac{dX_2}{dt} &= g(X_1^*, X_2^*) + (X_1 - X_1^*) \frac{\partial g}{\partial X_1} + (X_2 - X_2^*) \frac{\partial g}{\partial X_2} + (U - U^*) \frac{\partial g}{\partial U} + \dots \end{aligned}$$

dengan

$$f(X_1^*, X_2^*) = 0$$

$$g(X_1^*, X_2^*) = 0$$

didefinisikan

$$X_1 - X_1^* = y_1 \Rightarrow \dot{X}_1 = \dot{y}_1$$

$$X_2 - X_2^* = y_2 \Rightarrow \dot{X}_2 = \dot{y}_2$$

$$U - U^* = v_1 \Rightarrow \dot{U} = \dot{v}_1$$

Sehingga ekspansi deret Taylor diatas menjadi

$$\frac{dX_1}{dt} = y_1 \frac{\partial f}{\partial X_1} + y_2 \frac{\partial f}{\partial X_2} + v_1 \frac{\partial f}{\partial U}$$

$$\frac{dX_2}{dt} = y_1 \frac{\partial g}{\partial X_1} + y_2 \frac{\partial g}{\partial X_2} + v_1 \frac{\partial g}{\partial U}$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial X_1} & \frac{\partial f}{\partial X_2} \\ \frac{\partial g}{\partial X_1} & \frac{\partial g}{\partial X_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial U} \\ \frac{\partial g}{\partial U} \end{bmatrix} [v_1]$$

sehingga diperoleh hasil linierisasi sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - bX_2 & -bX_1 \\ bX_2 & bX_1 + c - d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -e \\ 0 \end{bmatrix} [v_1(t)]$$

dengan matriks Z

$$Z = \begin{bmatrix} a - bX_2 & -bX_1 \\ bX_2 & bX_1 + c - d \end{bmatrix}$$

4.2.4 Analisis Kestabilan

Akar – akar persamaan karakteristik dari matriks Jacobi Z adalah γ_1 dan γ_2 . Nilai γ_1 dan γ_2 digunakan untuk menentukan jenis kestabilan titik kesetimbangan model sistem kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi. Untuk memperoleh γ_1 dan γ_2 atau nilai eigen digunakan $\det(\gamma I - Z) = 0$ atau $\det(Z - \gamma I) = 0$. Penyelesaian untuk menentukan nilai eigen dengan menggunakan $\det(\gamma I - Z) = 0$ sebagai berikut.

$$\det \left[\begin{pmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a - bX_2 & -bX_1 \\ bX_2 & bX_1 + c - d \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} \gamma - a + bX_2 & bX_1 \\ -bX_2 & \gamma - c - bX_1 + d \end{bmatrix} = 0$$

$$(\gamma - a + bX_2)(\gamma - c - bX_1 + d) - ((-bX_2)(bX_1)) = 0$$

$$\gamma^2 - \gamma c - \gamma bX_1 + \gamma d - a\gamma + ac + abX_1 - ad + \gamma bX_2 - bcX_2 + bdX_2 = 0$$

$$\gamma^2 + (-c - bX_1 + d - a + bX_2)\gamma + ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2 = 0 \quad (4.7)$$

Dari persamaan (4.7) diperoleh akar – akar karakteristik sebagai berikut.

$$\gamma_{1,2} = -\frac{(-c - bX_1 + d - a + bX_2)}{2} \pm \frac{\sqrt{(-c - bX_1 + d - a + bX_2)^2 - 4(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2)}}{2} \quad (4.8)$$

dengan

$$\gamma_1 = -\frac{(-c - bX_1 + d - a + bX_2)}{2} + \frac{\sqrt{(-c - bX_1 + d - a + bX_2)^2 - 4(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2)}}{2} \quad (4.9)$$

$$\gamma_2 = -\frac{(-c - bX_1 + d - a + bX_2)}{2} - \frac{\sqrt{(-c - bX_1 + d - a + bX_2)^2 - 4(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2)}}{2} \quad (4.10)$$

Dari hasil yang diperoleh, jika γ_2 memenuhi kriteria kestabilan, maka $\gamma_2 < 0$ stabil asimtotik dengan syarat $c > d, X_1 > X_2$ dan untuk γ_1 agar diperoleh stabil maka $\gamma_1 < 0$ dengan syarat sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \sqrt{(-c - bX_1 + d - a + bX_2)^2 - 4(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2)} &< (-c - bX_1 + d - a + bX_2) \\ (-c - bX_1 + d - a + bX_2)^2 - 4(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2) &< (-c - bX_1 + d - a + bX_2)^2 \\ -4(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2) &< 0 \\ 4(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2) &> 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

dengan syarat $(ac + abX_1 - ad - bcX_2 + bdX_2) > 0$ maka γ_1 stabil.

4.2.5 Analisis Keterkontrolan

Berdasarkan hasil proses linierisasi diperoleh matriks Z dan T sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} a - bX_2 & -bX_1 \\ bX_2 & bX_1 + c - d \end{bmatrix}_{(X_1^o, X_2^o)}$$

$$T = \begin{bmatrix} -e \\ 0 \end{bmatrix}_{(X_1^o, X_2^o)}$$

dengan parameter yang diperoleh dari data laporan tahunan KPK 2009 – 2015, yaitu $a = 0.098069438$, $b = 0.053646592$, $c = 0.111652653$, $d = 0.395843533$, $e = 0.019361608$, dan titik kesetimbangan yang memenuhi adalah $(X_1^o, X_2^o) = (5.2975, 1.5010)$ sehingga diperoleh matriks Z dan T sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} a - b(1.5010) & -b(5.2975) \\ b(1.5010) & b(5.2975) + c - d \end{bmatrix}_{(5.2975, 1.5010)} = \begin{bmatrix} 0.0175 & -0.2842 \\ 0.0805 & 0 \end{bmatrix}_{(5.2975, 1.5010)}$$

$$T = \begin{bmatrix} -0.0194 \\ 0 \end{bmatrix}_{(5.2975, 1.5010)}$$

Berdasarkan teorema 1 bahwa syarat perlu dan cukup sistem terkontrol adalah $M_c = (T|ZT|Z^2T|\dots|Z^{n-1}T)$ mempunyai rank sama dengan n . Sehingga diperoleh matriks M_c sebagai berikut.

$$M_c = \begin{bmatrix} -0.0194 & -0.0003 \\ 0 & -0.0016 \end{bmatrix}$$

Karena matriks M_c mempunyai rank sama dengan 2 maka sistem terkontrol.

4.2.6 Analisis Keteramatan

Berdasarkan hasil proses linierisasi diperoleh matriks Z sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} a - bX_2 & -bX_1 \\ bX_2 & bX_1 + c - d \end{bmatrix}_{(X_1^o, X_2^o)}$$

dan matriks $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{X_1^o, X_2^o}$ sebagai output dari persamaan (4.1) dan (4.2) dengan parameter yang diperoleh dari data laporan tahunan KPK 2009 – 2015, yaitu $a = 0.098069438$, $b = 0.053646592$, $c = 0.111652653$, $d = 0.395843533$, $e = 0.019361608$, dan titik kesetimbangan yang memenuhi adalah $(X_1^o, X_2^o) = (5.2975, 1.5010)$ sehingga diperoleh matriks Z sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} a - b(1.5010) & -b(5.2975) \\ b(1.5010) & b(5.2975) + c - d \end{bmatrix}_{(5.2975, 1.5010)} = \begin{bmatrix} 0.0033 & -0.2842 \\ 0.0948 & 0 \end{bmatrix}_{(5.2975, 1.5010)}$$

Berdasarkan teorema 2 bahwa syarat perlu dan cukup sistem teramatasi adalah $M_o = (C|CZ|CZ^2|\dots|CZ^{n-1})^T$ mempunyai rank sama dengan n . Sehingga diperoleh matriks M_o sebagai berikut.

$$M_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.0175 & -0.2842 \\ 0.0805 & 0 \end{bmatrix}$$

Karena matriks M_o mempunyai rank sama dengan 2 maka sistem teramatasi.

4.3 Fungsi Objektif Model Sistem Kinerja Lembaga KPK.

Dalam hal ini, tujuan dari kontrol optimal pada model sistem kinerja lembaga KPK menangani kasus korupsi adalah mengontrol jumlah koruptor dengan memberi sanksi hukuman kurungan atau penjara terhadap koruptor sehingga dapat meminimalkan jumlah koruptor. Fungsi objektif dari sistem tersebut sebagai berikut.

$$\text{maks } H(U) = \int_{t_o}^{t_f} \left[\frac{1}{2} U^2(t) - X_1(t) \right] dt ; t \in [t_o, t_f]. \quad (4.12)$$

untuk $U > 0, X_1(t) > 0$.

4.4 Penyelesaian Kontrol Optimal

Masalah kontrol optimal sistem persamaan (4.1) dan (4.2) serta fungsi objektif (4.12) dengan menggunakan metode prinsip maksimum Pontryagin. Langkah – langkah penyelesaian dari metode tersebut sebagai berikut.

Langkah 1 : Membentuk fungsi Hamiltonian yang diperoleh dari persamaan (2.6).

$$H = \frac{1}{2} U^2(t) - X_1(t) + \lambda_1(t)(aX_1(t) - bX_1(t)X_2(t) - eU(t)) + \lambda_2(t)(bX_1(t)X_2(t) + cX_2(t) - dX_2(t)) \quad (4.13)$$

Langkah 2 : Meminimumkan H terhadap semua vektor kontrol persamaan $U(t)$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial U} &= 0 \\ U(t) - \lambda_1 e &= 0 \\ U(t) &= \lambda_1 e \end{aligned}$$

maka diperoleh $U(t)$ yang optimal yaitu $U^*(t)$

$$U^*(t) = \lambda_1 e \quad (4.14)$$

sehingga persamaan $U^*(t)$ diperoleh batasan sebagai berikut.

$$U^*(t) = \begin{cases} U_{min} , & \frac{\partial H}{\partial U} > 0 \\ \lambda_1 e , & \frac{\partial H}{\partial U} = 0 \\ U_{max} , & \frac{\partial H}{\partial U} < 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Langkah 3 : Menentukan persamaan *state* dan *costate*

- Persamaan *state* :

$$\dot{X}_1^*(t) = \frac{\partial H(U)}{\partial \lambda_1} = \alpha X_1(t) - bX_1(t)X_2(t) - eU \quad (4.16)$$

$$\dot{X}_2^*(t) = \frac{\partial H(U)}{\partial \lambda_2} = bX_1(t)X_2(t) + cX_2(t) - dX_2(t) \quad (4.17)$$

- Persamaan *costate*

$$\dot{\lambda}_1^*(t) = -\frac{\partial H(U)}{\partial X_1(t)} = 1 - \lambda_1\alpha + \lambda_1bX_2(t) - \lambda_2bX_2(t) \quad (4.18)$$

$$\dot{\lambda}_2^*(t) = -\frac{\partial H(U)}{\partial X_2(t)} = \lambda_1bX_1(t) - \lambda_2bX_1(t) - c\lambda_2 + d\lambda_2 \quad (4.19)$$

dengan kondisi awal $X_{1(0)}$ dan $X_{2(0)}$ serta kondisi akhir $\lambda_i(t_f) = 0$.

Setelah diperoleh hasil dari prinsip maksimum Pontryagin yaitu, persamaan (4.14), *state* pada persamaan (4.16) dan (4.17) serta *costate* pada persamaan (4.18) dan (4.19) diselesaikan hasil tersebut dengan simulasi numerik.

4.5 Penyelesaian Numerik Sebelum Dikontrol

Model sistem kinerja lembaga KPK memiliki dua persamaan *state* sebelum dikontrol sebagai berikut.

$$\dot{X}_1^*(t) = f(X_1(t), X_2(t), a, b, e) = aX_1 - bX_1X_2$$

$$\dot{X}_2^*(t) = g(X_1(t), X_2(t), b, c, d) = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2$$

Penyelesaian numerik sebelum dikontrol dengan menggunakan metode Runge Kutta orde empat adalah sebagai berikut.

$$X_{1n+1} = X_{1n} + \frac{h}{6}(k_{1,X_1} + 2k_{2,X_1} + 2k_{3,X_1} + k_{4,X_1})$$

$$X_{2n+1} = X_{2n} + \frac{h}{6}(k_{1,X_2} + 2k_{2,X_2} + 2k_{3,X_2} + k_{4,X_2})$$

dengan

$$k_{1,X_1} = f(X_1(n), X_2(n), a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, U_n)$$

$$k_{1,X_2} = a_nX_1(n) - b_nX_1(n)X_2(n) - eU_n$$

$$k_{2,X_1} = g(X_1(n), X_2(n), b_n, c_n, d_n)$$

$$k_{2,X_2} = b_nX_1(n)X_2(n) + c_nX_2(n) - d_nX_2(n)$$

$$\begin{aligned}
k_{2,X_1} &= f(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_1}, X_2(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_2}, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, U_n) \\
k_{2,X_1} &= a_n(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_1}) - b_n(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_1})(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_2}) - eU_n \\
k_{2,X_2} &= g(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_1}, X_2(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_2}, b_n, c_n, d_n) \\
k_{2,X_2} &= b_n(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_1})(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_2}) + c_n(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_2}) - d_n(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{1,X_2}) \\
k_{3,X_1} &= f(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_1}, X_2(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_2}, a_n, b_n, c_n, e_n, U_n) \\
k_{3,X_1} &= a_n(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_1}) - b_n(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_1})(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_2}) - eU_n \\
k_{3,X_2} &= g(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_1}, X_2(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_2}, b_n, c_n, d_n) \\
k_{3,X_2} &= b_n(X_1(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_1})(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_2}) + c_n(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_2}) - d_n(X_2(n) + \frac{h}{2}k_{2,X_2}) \\
k_{4,X_1} &= f(X_1(n) + hk_{3,X_1}, X_2(n) + hk_{3,X_2}, a_n, b_n, c_n, e_n, U_n) \\
k_{4,X_1} &= a_n(X_1(n) + hk_{3,X_1}) - b_n(X_1(n) + hk_{3,X_1})(X_2(n) + hk_{3,X_2}) - eU_n \\
k_{4,X_2} &= g(X_1(n) + hk_{3,X_1}, X_2(n) + hk_{3,X_2}, b_n, c_n, d_n) \\
k_{4,X_2} &= b_n(X_1(n) + hk_{3,X_1})(X_2(n) + hk_{3,X_2}) + c_n(X_2(n) + hk_{3,X_2}) - d_n(X_2(n) + hk_{3,X_2})
\end{aligned}$$

4.6 Penyelesaian Numerik Setelah Dikontrol

Penyelesaian kondisi optimal, persamaan *state*, persamaan *costate* pada kontrol optimal model kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi tidak mudah diselesaikan secara analitis. Oleh karena itu, permasalahan ini diselesaikan secara numerik untuk memudahkan dalam Analisis hasilnya. Pada tesis ini, penyelesaian numerik setelah dikontrol dengan menggunakan metode Runge Kutta orde empat *forward – backward sweep method*.

Langkah pertama untuk penyelesaian numerik adalah kontrol optimal kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi dalam bentuk diskrit. Diskritisasi dilakukan pada interval $[t_0, t_f]$ dengan *step size* $h_0 = \frac{t_f - t_0}{N}$ dan *grid* $t_i = t_0 + ih_0 (i = 0, 1, 2, \dots, N)$ sehingga $t_f = t_N$. Selanjutnya, pada persamaan *state* dilakukan diskritisasi beda maju (*forward sweep*) metode Runge – Kutta orde empat karena diketahui nilai awal dari X_1 dan X_2 . Kemudian, persamaan *costate* dilakukan diskritisasi

beda mundur (*backward sweep*) metode Runge – Kutta orde empat karena diketahui nilai akhir dari λ_1 dan λ_2 .

- *Forward Sweep* pada persamaan *state*

$$\dot{X}_1^*(t) = f(X_1(t), X_2(t), a, b, e, U(t)) = aX_1 - bX_1X_2 - eU$$

$$\dot{X}_2^*(t) = g(X_1(t), X_2(t), b, c, d) = bX_1X_2 + cX_2 - dX_2$$

Hasil diskritisasi dengan menggunakan *forward sweep* Runge Kutta orde empat sebagai berikut.

$$X_{1n+1} = X_{1n} + \frac{h}{6}(k_{1,X_1} + 2k_{2,X_1} + 2k_{3,X_1} + k_{4,X_1})$$

$$X_{2n+1} = X_{2n} + \frac{h}{6}(k_{1,X_2} + 2k_{2,X_2} + 2k_{3,X_2} + k_{4,X_2})$$

dengan

$$k_{1,X_1} = f(X_{1n}, X_{2n}, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, U_n)$$

$$k_{1,X_1} = a_n X_{1n}(t) - b_n X_{1n}(t) X_{2n}(t) - e_n U_n$$

$$k_{1,X_2} = g(X_{1n}, X_{2n}, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, U_n)$$

$$k_{1,X_2} = b_n X_{1n}(t) X_{2n}(t) + c_n X_{2n}(t) - d_n X_{2n}(t)$$

$$k_{2,X_1} = f(X_{1n} + 0.5k_{1,X_1}, X_{2n} + 0.5k_{1,X_2}, \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1}, b_n + b_{n+1}, c_n + c_{n+1}, d_n + d_{n+1}, e_n + e_{n+1}, U_n + U_{n+1}))$$

$$k_{2,X_1} = \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1})(X_{1n}(t) + 0.5k_{1,X_1}) - \frac{1}{2}(b_n + b_{n+1})(X_{1n}(t) + 0.5k_{1,X_1})(X_{2n} + 0.5k_{1,X_2}) - \frac{1}{2}(e_n + e_{n+1})\frac{1}{2}(U_n + U_{n+1})$$

$$k_{2,X_2} = g(X_{1n} + 0.5k_{1,X_1}, X_{2n} + 0.5k_{1,X_2}, \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1}, b_n + b_{n+1}, c_n + c_{n+1}, d_n + d_{n+1}, e_n + e_{n+1}, U_n + U_{n+1}))$$

$$k_{2,X_2} = \frac{1}{2}(b_n + b_{n+1})(X_{1n} + 0.5k_{1,X_1})(X_{2n} + 0.5k_{1,X_2}) + \frac{1}{2}(c_n + c_{n+1})(X_{2n} + 0.5k_{1,X_2}) - \frac{1}{2}(d_n + d_{n+1})(X_{2n} + 0.5k_{1,X_2})$$

$$k_{3,X_1} = f(X_{1n} + 0.5k_{2,X_1}, X_{2n} + 0.5k_{2,X_2}, \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1}, b_n + b_{n+1}, c_n + c_{n+1}, d_n + d_{n+1}, e_n + e_{n+1}, U_n + U_{n+1}))$$

$$k_{3,X_1} = \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1})(X_{1n}(t) + 0.5k_{2,X_1}) - \frac{1}{2}(b_n + b_{n+1})(X_{1n}(t) + 0.5k_{2,X_1})(X_{2n} + 0.5k_{2,X_2}) -$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}(e_n + e_{n+1})\frac{1}{2}(U_n + U_{n+1}) \\
k_{3,X_2} &= g(X_{1_n} + 0.5k_{2,X_1}, X_{2_n} + 0.5k_{2,X_2}, \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1}, b_n + b_{n+1}, \\
& \quad c_n + c_{n+1}, d_n + d_{n+1}, e_n + e_{n+1}, U_n + U_{n+1})) \\
k_{3,X_2} &= \frac{1}{2}(b_n + b_{n+1})(X_{1_n} + 0.5k_{2,X_1})(X_{2_n} + 0.5k_{2,X_2}) + \frac{1}{2}(c_n + c_{n+1})(X_{2_n} + 0.5k_{2,X_2}) - \\
& \quad \frac{1}{2}(d_n + d_{n+1})(X_{2_n} + 0.5k_{2,X_2}) \\
k_{4,X_1} &= f(X_{1_n} + k_{3,X_1}, X_{2_n} + k_{3,X_2}, a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1}, e_{n+1}, U_{n+1}) \\
k_{4,X_1} &= (a_{n+1})(X_{1_n}(t) + k_{3,X_1}) - (b_{n+1})(X_{1_n}(t) + k_{3,X_1})(X_{2_n} + k_{3,X_2}) - (e_{n+1})(U_{n+1}) \\
k_{4,X_2} &= g(X_{1_n} + k_{3,X_1}, X_{2_n} + k_{3,X_2}, a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1}, e_{n+1}, U_{n+1}) \\
k_{4,X_2} &= (b_{n+1})(X_{1_n} + k_{3,X_1})(X_{2_n} + k_{3,X_2}) + (c_{n+1})(X_{2_n} + k_{3,X_2}) - (d_{n+1})(X_{2_n} + k_{3,X_2})
\end{aligned}$$

- *Backward Sweep* pada persamaan *costate*

$$\begin{aligned}
\lambda_1^*(t) &= f(\lambda_1(t), \lambda_2(t), X_1(t), X_2(t), a, b, c, d) \\
&= 1 - \lambda_1(t)a + \lambda_1(t)bX_2(t) - \lambda_2(t)bX_2(t) \\
\lambda_2^*(t) &= g(\lambda_1(t), \lambda_2(t), X_1(t), X_2(t), a, b, c, d) \\
&= \lambda_1(t)bX_1(t) - \lambda_2(t)bX_1(t) - c\lambda_2(t) + d\lambda_2(t)
\end{aligned}$$

Hasil diskritisasi dengan menggunakan *backward sweep* Runge Kutta orde empat sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\lambda_{1,n-1} &= \lambda_{1,n} - \frac{h}{6}(k_{1,\lambda_1} + 2k_{2,\lambda_1} + 2k_{3,\lambda_1} + k_{4,\lambda_1}) \\
\lambda_{2,n-1} &= \lambda_{2,n} - \frac{h}{6}(k_{1,\lambda_2} + 2k_{2,\lambda_2} + 2k_{3,\lambda_2} + k_{4,\lambda_2})
\end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
k_{1,\lambda_1} &= f(\lambda_{1,n}, \lambda_{2,n}, X_{1_n}, X_{2_n}, a_n, b_n, c_n, d_n) \\
k_{1,\lambda_1} &= 1 - \lambda_{1,n}(t)a_n + \lambda_{1,n}(t)b_nX_{2_n}(t) - \lambda_{2,n}(t)b_nX_{2_n}(t) \\
k_{1,\lambda_2} &= g(\lambda_{1,n}, \lambda_{2,n}, X_{1_n}, X_{2_n}, a_n, b_n, c_n, d_n) \\
k_{1,\lambda_2} &= \lambda_{1,n}(t)b_nX_{1_n}(t) - \lambda_{2,n}(t)b_nX_{1_n}(t) - c_n\lambda_{2,n}(t) + d_n\lambda_{2,n}(t) \\
k_{2,\lambda_1} &= f(\lambda_{1,n} - 0.5k_{1,\lambda_1}, \lambda_{2,n} - 0.5k_{1,\lambda_2}, \frac{1}{2}(X_{1_n} + X_{1_{n-1}}, X_{2_n} + X_{2_{n-1}}, a_n + a_{n-1}, \\
& \quad b_n + b_{n-1}, c_n + c_{n-1}, d_n + d_{n-1}))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{2,\lambda_1} &= 1 - (\lambda_{1,n}(t) - 0.5k_{1,\lambda_1})\frac{1}{2}(a_n + a_{n-1}) + (\lambda_{1,n}(t) - 0.5k_{1,\lambda_1})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_{2n}(t) + \\
&\quad X_{2n-1}(t)) - (\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{1,\lambda_2})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_{2,n}(t) + X_{2n-1}(t)) \\
k_{2,\lambda_2} &= g(\lambda_{1,n} - 0.5k_{1,\lambda_1}, \lambda_{2,n} - 0.5k_{1,\lambda_2}, \frac{1}{2}(X_{1n} + X_{1n-1}, X_{2n} + X_{2n-1}, a_n + a_{n-1}, \\
&\quad b_n + b_{n-1}, c_n + c_{n-1}, d_n + d_{n-1})) \\
k_{2,\lambda_2} &= (\lambda_{1,n}(t) - 0.5k_{1,\lambda_1})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_1(t) + X_{1n-1}(t)) - \\
&\quad (\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{1,\lambda_2})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_1(t) + X_{1n-1}(t)) - \\
&\quad \frac{1}{2}(c_n + c_{n-1})(\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{1,\lambda_2}) + \frac{1}{2}(d_n + d_{n-1})(\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{1,\lambda_2}) \\
k_{3,\lambda_1} &= f(\lambda_{1,n} - 0.5k_{2,\lambda_1}, \lambda_{2,n} - 0.5k_{2,\lambda_2}, \frac{1}{2}(X_{1n} + X_{1n-1}, X_{2n} + X_{2n-1}, a_n + a_{n-1}, \\
&\quad b_n + b_{n-1}, c_n + c_{n-1}, d_n + d_{n-1})) \\
k_{3,\lambda_1} &= 1 - (\lambda_{1,n}(t) - 0.5k_{2,\lambda_1})\frac{1}{2}(a_n + a_{n-1}) + (\lambda_{1,n}(t) - 0.5k_{2,\lambda_1})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_{2n}(t) + \\
&\quad X_{2n-1}(t)) - (\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{2,\lambda_2})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_{2,n}(t) + X_{2n-1}(t)) \\
k_{3,\lambda_2} &= g(\lambda_{1,n} - 0.5k_{2,\lambda_1}, \lambda_{2,n} - 0.5k_{2,\lambda_2}, \frac{1}{2}(X_{1n} + X_{1n-1}, X_{2n} + X_{2n-1}, a_n + a_{n-1}, \\
&\quad b_n + b_{n-1}, c_n + c_{n-1}, d_n + d_{n-1})) \\
k_{3,\lambda_2} &= (\lambda_{1,n}(t) - 0.5k_{2,\lambda_1})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_1(t) + X_{1n-1}(t)) - \\
&\quad (\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{2,\lambda_2})\frac{1}{2}(b_n + b_{n-1})\frac{1}{2}(X_1(t) + X_{1n-1}(t)) - \\
&\quad \frac{1}{2}(c_n + c_{n-1})(\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{2,\lambda_2}) + \frac{1}{2}(d_n + d_{n-1})(\lambda_{2,n}(t) - 0.5k_{2,\lambda_2}) \\
k_{4,\lambda_1} &= f(\lambda_{1,n} - k_{3,\lambda_1}, \lambda_{2,n} - k_{3,\lambda_2}, X_{1n-1}, X_{2n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}, c_{n-1}, d_{n-1}) \\
k_{4,\lambda_1} &= 1 - (\lambda_{1,n}(t) - k_{3,\lambda_1})(a_{n-1}) + (\lambda_{1,n}(t) - k_{3,\lambda_1})(b_{n-1})(X_{2n-1}(t)) - \\
&\quad (\lambda_{2,n}(t) - k_{3,\lambda_2})(b_{n-1})(X_{2n-1}(t)) \\
k_{4,\lambda_2} &= g(\lambda_{1,n} - k_{3,\lambda_1}, \lambda_{2,n} - k_{3,\lambda_2}, X_{1n-1}, X_{2n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}, c_{n-1}, d_{n-1}) \\
k_{4,\lambda_2} &= (\lambda_{1,n}(t) - k_{3,\lambda_1})(b_{n-1})(X_{1n-1}(t)) - (\lambda_{2,n}(t) - k_{3,\lambda_2})(b_{n-1})(X_{1n-1}(t)) - \\
&\quad (c_{n-1})(\lambda_{2,n}(t) - k_{3,\lambda_2}) + (d_{n-1})(\lambda_{2,n}(t) - k_{3,\lambda_2})
\end{aligned}$$

dengan h adalah langkah waktu.

Setelah diskritisasi sistem diperoleh, hasil diskritisasi diimplementasikan ke dalam program komputer untuk simulasi. Simulasi numerik dari kontrol optimal kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi dilakukan dengan *forward backward sweep method* Runge Kutta orde empat dan disimulasikan menggunakan *software Matlab*.

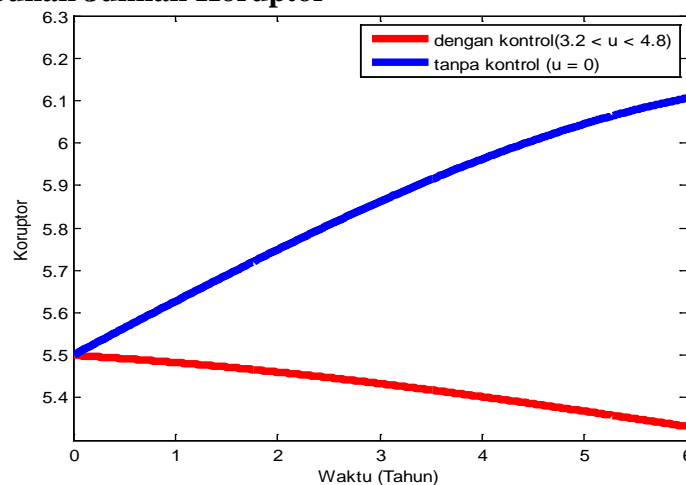
4.7 Analisis dan Hasil Simulasi

Pada subbab ini dibahas tentang hasil simulasi numerik sebelum dikontrol ketika tanpa kontrol dengan koruptor tidak diberikan sanksi ($U = 0$) dan setelah dikontrol ketika koruptor diberikan sanksi $U_{min} < U(t) < U_{max}$ dengan $U_{min} = 3.2$ dan $U_{max} = 4.8$. Simulasi untuk kondisi tanpa kontrol menggunakan metode Runge Kutta orde 4 dan untuk kondisi dengan kontrol menggunakan metode *forward backward sweep* Runge Kutta orde 4. Nilai awal yang digunakan dalam simulasi ini dengan mengambil nilai persekitaran titik setimbang, yaitu $x(0) = 5.5$ (ratusan orang) dan $y(0) = 1.8$ (ratusan orang). Berikut nilai – nilai parameter dari model sistem kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi yang digunakan untuk simulasi diberikan pada tabel 4.1.

Tabel 4.1 : Nilai Parameter (data laporan tahunan KPK 2009 – 2015)

<i>par.</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>val.</i>	0.098069438	0.053646592	0.111652653	0.395843533	0.019361608

4.7.1 Pertumbuhan Jumlah Koruptor

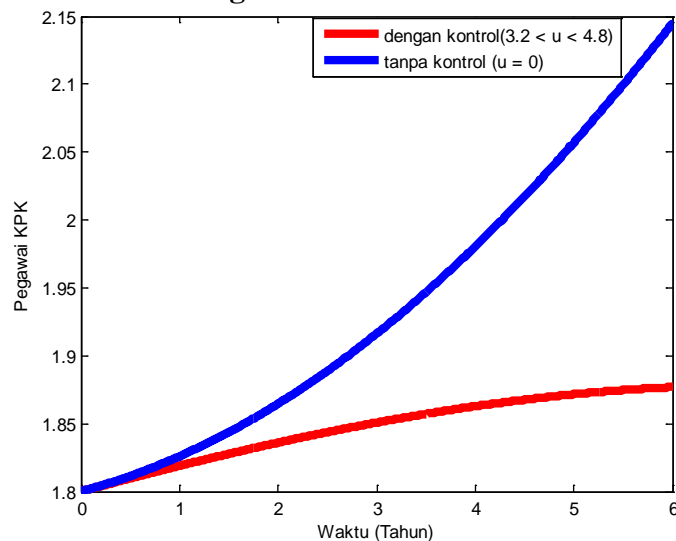


Gambar 1. Grafik jumlah koruptor pada waktu t

Gambar 1 menunjukkan bahwa pertumbuhan jumlah koruptor terlihat bervariasi kondisinya. Ketika tanpa adanya suatu kontrol, yaitu $U = 0$ pertumbuhan koruptor mengalami peningkatan selama 6 tahun dengan jumlah koruptor pada awalnya 5.5 (ratusan orang) meningkat menjadi 6.1051 (ratusan orang). Hal ini terjadi karena jumlah koruptor yang semakin banyak daripada jumlah pegawai KPK mengakibatkan korupsi semakin marak terjadi. Selain itu, semakin banyaknya koruptor yang melakukan tindak pidana korupsi karena tanpa adanya suatu kontrol berupa hukuman kurungan atau penjara dari pegawai KPK mengakibatkan pertumbuhan koruptor meningkat.

Ketika dengan adanya suatu kontrol, yaitu $U \neq 0$ pertumbuhan koruptor mengalami penurunan selama 6 tahun dengan jumlah koruptor awalnya 5.5 (ratusan orang) menurun menjadi 5.4445 (ratusan orang). Hal ini terjadi karena adanya tindakan dari pegawai KPK untuk memberi hukuman berupa kurungan atau penjara terhadap koruptor yang dapat membuat efek jera terhadap koruptor sehingga koruptor dapat berkurang jumlahnya.

4.7.2 Pertumbuhan Jumlah Pegawai KPK



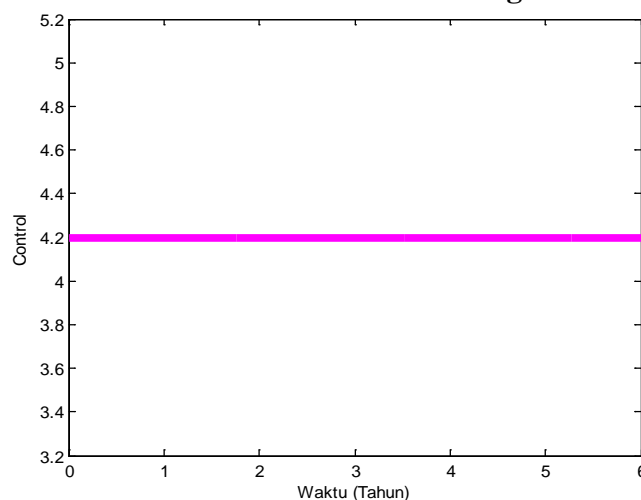
Gambar 2. Grafik jumlah pegawai KPK pada waktu t

Gambar 2 menunjukkan bahwa perubahan jumlah pegawai KPK meningkat di semua kondisi sebelum dan setelah dikontrol. Hal ini terjadi karena persamaan model sistem kinerja lembaga KPK pada laju pertumbuhan pegawai KPK tidak adanya suatu variabel kontrol. Selain, itu adanya koruptor yang semakin meningkat selama 6 tahun

mengakibatkan penambahan pada pegawai KPK untuk menindak koruptor. Dalam hal ini, bidang penindakan KPK memiliki koordinasi dan supervisi dengan dua instansi, yaitu kepolisian dan kejaksaan untuk memberantas koruptor sehingga terdapat indikasi pegawai – pegawai dari dua instansi tersebut bisa diangkat menjadi pegawai KPK sehingga menambah laju pertumbuhan pegawai KPK.

Ketika tanpa kontrol $U = 0$ pertumbuhan jumlah pegawai KPK selama 6 tahun awalnya bernilai 1.8 (ratusan orang) meningkat menjadi 2.1448 (ratusan orang). Adanya suatu kontrol $3.2 < U < 4.8$ pertumbuhan jumlah pegawai KPK selama 6 tahun awalnya bernilai 1.8 (ratusan orang) meningkat menjadi 1.9147 (ratusan orang). Dalam hal ini, peningkatan terjadi karena tidak adanya variabel kontrol pada persamaan model kinerja lembaga KPK sehingga tidak mempengaruhi hasil perubahan jumlah pegawai KPK. Berdasarkan hasil sebelum dikontrol dan setelah dikontrol jumlah pegawai KPK sebelum dikontrol mengalami peningkatan lebih signifikan daripada setelah dikontrol hal ini disebabkan oleh jumlah pegawai KPK sebelum dikontrol perlu penambahan jumlah pegawai KPK dalam jumlah banyak, sedangkan jumlah pegawai KPK setelah dikontrol mengalami peningkatan yang tidak terlalu signifikan disebabkan oleh adanya sejumlah pegawai KPK yang menjadi tim *Adhoc* dalam penindakan koruptor jika kasus koruptor terselesaikan dengan baik maka sejumlah pegawai tersebut tidak bekerja kembali dengan kata lain adanya pemberhentian pegawai KPK yang bisa mengakibatkan jumlah pegawai KPK tidak meningkat secara signifikan.

4.7.3 Jumlah Pemberian Sanksi Hukuman Kurungan atau Penjara



Gambar 3. Grafik kontrol optimal dalam model kinerja lembaga KPK

Gambar 3 menunjukkan bahwa untuk memberantas koruptor yang maksimal dengan pemberian sanksi terhadap koruptor sejumlah 4.2 (ratusan orang) selama 6 tahun bernilai konstan agar fungsi objektif yang diinginkan tercapai dengan optimal. Berdasarkan fungsi objektif penelitian ini yaitu, memaksimalkan sanksi yang diberikan terhadap koruptor untuk meminimalkan jumlah koruptor. Hasil dari fungsi objektif setelah adanya penambahan variabel kontrol bernilai lebih besar daripada fungsi objektif sebelum adanya penambahan variabel kontrol, yaitu nilainya ($111.2782 > 0$).

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Laporan Tahunan KPK 2009 – 2015 Koruptor Berdasarkan Jabatan

KORUPTOR BERDASARKAN JABATAN	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
ANGGOTA DPR DAN DPRD	8	27	5	16	8	4	19
KEPALA LEMBAGA/KEMENTERIAN	1	2	0	1	4	9	3
DUTA BESAR	0	1	0	0	0	0	0
KOMISIONER	0	0	0	0	0	0	0
GUBERNUR	2	1	0	0	2	2	4
WALIKOTA/BUPATI DAN WAKIL	5	4	4	4	3	12	4
ESELON I,II,III	14	12	15	8	7	2	7
HAKIM	0	1	2	2	4	2	3
SWASTA	11	8	10	16	24	15	18
LAINNYA	4	9	3	3	7	8	5
JUMLAH KESELURUHAN	45	65	39	50	59	54	63

Lampiran 2. Data Laporan Tahunan KPK 2009 – 2015 Pegawai KPK Berdasarkan Unit Kerja

PEGAWAI KPK	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
JUMLAH	652	612	752	674	955	1102	1141

Lampiran 3. Data Laporan Tahunan KPK 2009 – 2015 Penindakan Korupsi Terhadap Koruptor

PENINDAKAN KORUPSI	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
PENYELIDIKAN	67	54	78	77	81	80	87
PENYIDIKAN	37	40	39	48	70	56	57
PENUNTUTAN	32	32	40	36	41	50	62
INKRACHT	39	34	34	28	40	40	37
EKSEKUSI	37	36	34	32	44	48	38
JUMLAH KESELURUHAN	212	196	225	221	276	274	281

Lampiran 4. Data Laporan Tahunan KPK 2009 – 2015 Pemberhentian Pegawai KPK

PEMBERHENTIAN PEGAWAI KPK	2009	2010	2011	2012	2013	2015
JUMLAH	17	26	30	61	30	65

Lampiran 5. Data Laporan Tahunan KPK 2009 – 2015 Eksekusi Pegawai Koruptor

PENINDAKAN KORUPSI	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
EKSEKUSI	37	36	34	32	44	48	38

Lampiran 6. Perhitungan Parameter Rate Pertumbuhan Koruptor (a)

Koruptor	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Jumlah	45	65	39	50	59	54	63

Prosentase Selisih x	0.444444	-0.4	0.282051	0.18	-0.08475	0.166667
------------------------	----------	------	----------	------	----------	----------

$$a = \frac{\sum_{i=2009}^{2015} \Delta x_i}{t} = \frac{0.444444 - 0.4 + 0.282051 + 0.18 - 0.08475 + 0.166667}{6} = 0.09807$$

Lampiran 7. Perhitungan Parameter Rate Pertumbuhan Pegawai KPK (c)

PEGAWAI KPK	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
JUMLAH	652	612	752	674	955	1102	1141

Prosentase Selisih x	-0.06135	0.228758	-0.10372	0.416914	0.153927	0.03539
------------------------	----------	----------	----------	----------	----------	---------

$$c = \frac{\sum_{i=2009}^{2015} \Delta x_i}{t} = \frac{-0.06135 + 0.228758 - 0.10372 + 0.416914 + 0.153927 + 0.03539}{6} = 0.11165$$

Lampiran 8. Perhitungan Parameter Rate Interaksi Pegawai KPK dengan Pegawai Kepolisian dan Kejaksaan dalam Penindakan Koruptor (*b*)

PENINDAKAN KORUPSI	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
JUMLAH KESELURUHAN	212	196	225	221	276	274	281

Prosentase Selisih x	-0.07547	0.147959	-0.01778	0.248869	-0.00725	0.025547
------------------------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

$$b = \frac{\sum_{i=2009}^{2015} \Delta x_i}{t}$$

$$= \frac{-0.07547 + 0.147959 - 0.01778 + 0.248869 - 0.00725 + 0.025547}{6}$$

$$= 0.05365$$

Lampiran 9. Perhitungan Parameter Rate Pemberhentian Pegawai KPK (*d*)

PEMBERHENTIAN PEGAWAI KPK	2009	2010	2011	2012	2013	2015
JUMLAH	17	26	30	61	30	65

Prosentase Selisih x	0.529412	0.153846	1.033333	-0.5082	1.166667
------------------------	----------	----------	----------	---------	----------

$$d = \frac{\sum_{i=2009}^{2015} \Delta x_i}{t}$$

$$= \frac{0.529412 + 0.153846 + 1.033333 - 0.5082 + 1.166667 + 0.395844}{6}$$

$$= 0.395844$$

Lampiran 10. Perhitungan Parameter Rate Eksekusi Koruptor (*e*)

PENINDAKAN KORUPSI	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
EKSEKUSI	37	36	34	32	44	48	38

Prosentase Selisih x	-0.02703	-0.05556	-0.05882	0.375	0.090909	-0.20833
------------------------	----------	----------	----------	-------	----------	----------

$$e = \frac{\sum_{i=2009}^{2015} \Delta x_i}{t}$$

$$= \frac{-0.02703 - 0.05556 - 0.05882 + 0.375 + 0.090909 - 0.20833}{6}$$

$$= 0.01936$$

Lampiran 11. Listing Program Model Sistem Kinerja Lembaga KPK Sebelum dan Sesudah Dikontrol

```
%-----
%-----
%Dengan Kontrol (3.2 < u < 4.8)
%-----
%-----
%parameter
function z = penyelesaian_numerik(x0,y0,w1,w2,T,a,b,c,d,e,umax,umin)
clc
%parameter
a = 0.098069438; %rate pertumbuhan koruptor berdasarkan jabatan 2009-
2015
b = 0.053646592; %rate interaksi kpk dalam penindakan korupsi
terhadap koruptor
c = 0.111652653; %rate pertumbuhan kpk
d = 0.395843533; %rate pemberhentian kpk
e = 0.019361608; %rate esksekusi koruptor
w1 = 0;
w2 = 0;
T = 6;
umax = 4.8;
umin = 3.2;
% %nilai awal
x0 = 5.5; %berdasarkan titik kesetimbangan pembulatan ke atas
y0 = 1.8;
test = 1;
delta = 0.001;
N = 1000;
t = linspace(0,T,N+1);
h = T/N;
h2 = h/2;
u = ones(1,N+1);
x = zeros(1,N+1); x(1) = x0;
y = zeros(1,N+1); y(1) = y0;
sigma1 = zeros(1,N+1); sigma1(N+1) = w1;
sigma2 = zeros(1,N+1); sigma2(N+1) = w2;
while(test > 0)
    oldu = u;
    oldx = x;
    oldy = y;
    oldsigma1 = sigma1;
    oldsigma2 = sigma2;

    for i = 1:N
        k11 = (a*x(i))-(b*x(i)*y(i))-(e*u(i));
        k12 = (b*x(i)*y(i))+(c*y(i))-(d*y(i));
```

```

        k21 = (a*(x(i)+h2*k11))-(b*(x(i)+h2*k11)*(y(i)+h2*k12))-
(e*(u(i)+u(i+1))/2);
        k22 = (b*(x(i)+h2*k11)*(y(i)+h2*k12))+(c*(y(i)+h2*k12))-
(d*(y(i)+h2*k12));

        k31 = (a*(x(i)+h2*k21))-(b*(x(i)+h2*k21)*(y(i)+h2*k22))-
(e*(u(i)+u(i+1))/2);
        k32 = (b*(x(i)+h2*k21)*(y(i)+h2*k22))+(c*(y(i)+h2*k22))-
(d*(y(i)+h2*k22));

        k41 = (a*(x(i)+h*k31))-(b*(x(i)+h*k31)*(y(i)+h*k32))-
(e*(u(i)+u(i+1)));
        k42 = (b*(x(i)+h*k31)*(y(i)+h*k32))+(c*(y(i)+h*k32))-
(d*(y(i)+h*k32));

        x(i+1) = x(i) + (h/6)*(k11 + 2*k21 + 2*k31 + k41);
        y(i+1) = y(i) + (h/6)*(k12 + 2*k22 + 2*k32 + k42);
    end

    for i = 1:N
        j = N+2-i;
        k13 = 1-(sigma1(j)*a)+(sigma1(j)*b*y(j))-(sigma2(j)*b*y(j));
        k14 = (sigma1(j)*b*x(j))-(sigma2(j)*b*x(j))-
(sigma2(j)*c)+(sigma2(j)*d);

        k23 = 1-((sigma1(j)-h2*k13)*a)+((sigma1(j)-
h2*k13)*b*(y(j)+y(j-1))/2)-((sigma2(j)-h2*k14)*b*(y(j)+y(j-1))/2);
        k24 = ((sigma1(j)-h2*k13)*b*(x(j)+x(j-1))/2)-((sigma2(j)-
h2*k14)*b*(x(j)+x(j-1))/2)-((sigma2(j)-h2*k14)*c)+((sigma2(j)-
h2*k14)*d);

        k33 = 1-((sigma1(j)-h2*k23)*a)+((sigma1(j)-
h2*k23)*b*(y(j)+y(j-1))/2)-((sigma2(j)-h2*k24)*b*(y(j)+y(j-1))/2);
        k34 = ((sigma1(j)-h2*k23)*b*(x(j)+x(j-1))/2)-((sigma2(j)-
h2*k24)*b*(x(j)+x(j-1))/2)-((sigma2(j)-h2*k24)*c)+((sigma2(j)-
h2*k24)*d);

        k43 = 1-((sigma1(j)-h*k33)*a)+((sigma1(j)-h*k33)*b*y(j-1))-
((sigma2(j)-h*k34)*b*y(j-1));
        k44 = ((sigma1(j)-h*k33)*b*x(j-1))-((sigma2(j)-h*k34)*b*x(j-
1))-((sigma2(j)-h*k34)*c)+((sigma2(j)-h*k34)*d);

        sigma1(j-1) = sigma1(j) - (h/6)*(k13 + 2*k23 + 2*k33 + k43);
        sigma2(j-1) = sigma2(j) - (h/6)*(k14 + 2*k24 + 2*k34 + k44);
    end
    temp = (sigma1.*e);
    u1 = max(umin,min(temp,umax));
    u = u1+oldu;
    temp1 = delta*sum(abs(u))-sum(abs(oldu-u));
    temp2 = delta*sum(abs(x))-sum(abs(olddx-x));
    temp3 = delta*sum(abs(y))-sum(abs(olddy-y));
    temp4 = delta*sum(abs(sigma1))-sum(abs(oldsigma1-sigma1));
    temp5 = delta*sum(abs(sigma2))-sum(abs(oldsigma2-sigma2));
    test = max(temp1,max(temp2,max(temp3,max(temp4,temp5))));
end
z(1,:) = t;

```



```

z(2,:) = x;
z(3,:) = y;
z(4,:) = u;
z(5,:) = sigma1;
z(6,:) = sigma2;
figure(1)
plot(z(1,:),z(2:,:), 'r', 'LineWidth',5);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('Koruptor')
legend('Koruptor Setelah Dikontrol');
figure(2)
plot(z(1,:),z(3:,:), 'bl', 'LineWidth',5);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('Pegawai KPK')
legend('Pegawai KPK Setelah Dikontrol');
figure(3)
plot(z(1,:),z(4:,:), 'magenta', 'LineWidth',5);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('Control');
obyektif = x(N+1)+ h.*sum(u.^2)
x
y

% %-----
% %Tanpa Kontrol (U=0)
% %-----

%
% %nilai awal
p0 = 5.5; %berdasarkan titik kesetimbangan pembulatan ke atas
q0 = 1.8;
%parameter
a = 0.098069438; %rate pertumbuhan koruptor berdasarkan jabatan 2009-
2015
b = 0.053646592; %rate interaksi kpk dalam penindakan korupsi
terhadap koruptor
c = 0.111652653; %rate pertumbuhan kpk
d = 0.395843533; %rate pemberhentian kpk
e = 0.019361608; %rate esksekusi koruptor
%w1 = 0;
%w2 = 0;
T = 6;
%test = 1;
%delta = 0.001;
N = 1000;
t = linspace(0,T,N+1);
h = T/N;
h2 = h/2;
p = zeros(1,N+1); p(1) = p0;
q = zeros(1,N+1); q(1) = q0;

for i = 1:N
    k11 = (a*p(i))-(b*p(i)*q(i));
    k12 = (b*p(i)*q(i))+(c*q(i))-(d*q(i));

    k21 = (a*(p(i)+h2*k11))-(b*(p(i)+h2*k11)*(q(i)+h2*k12));

```

```

        k22 = (b*(p(i)+h2*k11)*(q(i)+h2*k12))+(c*(q(i)+h2*k12))-
        (d*(q(i)+h2*k12));

        k31 = (a*(p(i)+h2*k21))-(b*(q(i)+h2*k21)*(q(i)+h2*k22));
        k32 = (b*(p(i)+h2*k21)*(q(i)+h2*k22))+(c*(q(i)+h2*k22))-
        (d*(q(i)+h2*k22));

        k41 = (a*(p(i)+h*k31))-(b*(p(i)+h*k31)*(q(i)+h*k32));
        k42 = (b*(p(i)+h*k31)*(q(i)+h*k32))+(c*(q(i)+h*k32))-
        (d*(q(i)+h*k32));

        p(i+1) = p(i) + (h/6)*(k11 + 2*k21 + 2*k31 + k41);
        q(i+1) = q(i) + (h/6)*(k12 + 2*k22 + 2*k32 + k42);
    end
    z(1,:)=t;
    z(7,:)=p;
    z(8,:)=q;
    figure(4)
    plot(z(1,:),z(7:8,:), 'r', 'LineWidth',5);
    xlabel('Waktu (Tahun)');
    ylabel('Koruptor')
    legend('Koruptor Sebelum Dikontrol');
    figure(5)
    plot(z(1,:),z(8,:), 'bl', 'LineWidth',5);
    xlabel('Waktu (Tahun)');
    ylabel('Pegawai KPK')
    legend('Pegawai KPK Sebelum Dikontrol');
    figure(6)
    plot(z(1,:),z(2,:), 'r', z(1,:),z(7,:), 'bl', 'linewidth',5);
    xlabel('Waktu (Tahun)');
    ylabel('Koruptor');
    legend('dengan kontrol(3.2 < u < 4.8)', 'tanpa kontrol (u = 0)');
    figure(7)
    plot(z(1,:),z(3,:), 'r', z(1,:),z(8,:), 'bl', 'linewidth',5);
    xlabel('Waktu (Tahun)');
    ylabel('Pegawai KPK');
    legend('dengan kontrol(3.2 < u < 4.8)', 'tanpa kontrol (u = 0)');
    %p
    %q

```


BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini dapat diambil kesimpulan dari hasil yang diperoleh setelah dilakukan analisis kestabilan dan penyelesaian kontrol optimal serta simulasinya pada model sistem kinerja lembaga KPK dalam menangani kasus korupsi. Adapun saran yang diberikan pada penelitian ini agar dapat dilakukan kajian yang lebih mendalam untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Dengan menerapkan teori kontrol optimal menggunakan prinsip maksimum Pontryagin diperoleh kontrol optimal dalam model kinerja lembaga KPK dengan pemberian sanksi hukuman kurungan atau penjara terhadap koruptor pada selang waktu $0 < t < 6$ (tahun) sebesar $3.2 < U < 4.8$ (ratusan orang).
2. Dengan pemberian sanksi hukuman kurungan atau penjara secara optimal dapat meminimumkan jumlah koruptor serta memaksimumkan sanksi. Berdasarkan hasil yang diperoleh jumlah koruptor waktu ke 6 mengalami penurunan sebesar 5.445 (ratusan orang) dan jumlah pegawai KPK waktu ke 6 mengalami peningkatan sebesar 1.9147 (ratusan orang). Sedangkan sanksi yang harus diberikan selama 6 tahun sebesar 4.2 (ratusan orang).

5.2 Saran

1. Untuk penelitian selanjutnya agar dikembangkan model dengan penambahan kontrol berupa hukuman uang pengganti.
2. Dalam penelitian selanjutnya model dapat dikembangkan pula dengan mengubah fungsi obyektif jika adanya penambahan variabel state maupun variabel kontrol.

DAFTAR PUSTAKA

- Blackburn, K., Bose, N., Emranul Haque, M. (2006). *The incidence and persistence of corruption economic development*. Journal of Economic Dynamics and Control 39 (12). Hal. 2447–2467.
- Boyce, W. E., DiPrima, R. C. (2009). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. 9th edition. John Willey and Sons Inc. United State of America.
- Bryson, A. E. dan Ho, Y. C. (1975). *Applied Optimal Control*. Halsted Press, New York.
- Grass, D., Caulkins, J.P., Feichtinger, G., dkk. (2008). *Optimal Control of Nonlinear Processes: With Applications in Drugs, Corruption and Terror*. Springer, Heidelberg.
- Hartl, F., Richard, Grass, D., Caulkins, J.P., dkk. (2013). *Leading Bureaucracies To The Tipping Point : An Alternative Model Of Multiple Stable Equilibrium Levels Of Corruption*. Elsevier. European Journal Of Operational Research. Hal. 541-546.
- Kar, T.K. dan Ghosh, B. (2012). *Sustainability and Optimal Control of an Exploited Prey and Predator System Through Provision of Alternative Food to Predator*. Elsevier. BioSystems. Hal. 220-232.
- Lui, F.T. (1986). *A dynamic model of corruption deterrence*. Journal of Public Economics 31 (2). Hal. 215–236.
- Mishra, A. (2006). *Persistence of corruption: some theoretical perspectives*. World Development 34 (2). Hal. 349–358.
- M. Romney, W.S. Albrecht, and D.J. Cherrington. (1980) . *Auditors and the Detection of Fraud*. New York: Pearson-Prentice Hall.
- Naidu, D. S. (2002). *Optimal Control Systems*. CRC Press, New York.
- Schelling, T.C. (1978). *Micromotives and Macrobbehavior*. Norton, New York.
- Subiono. (2013), Sistem Linier dan Kontrol Optimal, Jurusan Matematika, FMIPA ITS, Surabaya.
- Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 31 Tahun 1999 tentang Pemberantasan Tindak Pidana Korupsi.

BIODATA PENULIS



Penulis bernama Cynthia Alvionita Ferima yang lahir di Mojokerto, 29 November 1991 dan merupakan anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Sandy Putra (1995-1997), SDN Kranggan 3 (1997-2003), SMP Negeri 1 Mojokerto (2003-2006), SMAN 1 Sooko (2006-2009). Pada tahun 2009, tepatnya setelah lulus dari SMA penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 dan diterima sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika Universitas Brawijaya, Malang. melalui jalur PMDK. Selanjutnya, pada tahun 2013 penulis men-

dapat beasiswa Pra S2-S2 Saintek dan menjadi mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dan mengambil bidang minat Matematika Terapan. Untuk informasi yang berkaitan dengan Tesis ini, dapat menghubungi penulis melalui email cynthiaalvionita@gmail.com.